

**САВА ГРОЗДЕВ – МАТЕМАТИК И ПЕДАГОГ,
ОСНОВОПОЛОЖНИК НА СИНЕРГЕТИЧНИЯ ПОДХОД
В МЕТОДИКАТА И СЪЗДАТЕЛ НА НОВА ШКОЛА
„ЕВРИСТИЧНИ ПОХВАТИ ЗА ОТКРИВАНЕ
НА НОВИ ФАКТИ В МАТЕМАТИКАТА“**

проф. д.п.н. Васил Милушев

*Факултет по математика и информатика, ПУ „П. Хилендарски“,
Пловдив, бул. „България“ № 236 , e-mail: milushev_vassil@abv.bg*

Резюме. Сава Гроздев е един от най-изтъкнатите български изследователи и преподаватели в областта на математиката, механиката, дидактиката и методиката на обучението по математика и информатика. Той е професор, доктор по математика, доктор на педагогическите науки, доктор хонорис кауза на няколко университета, между които Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“, академик на няколко академии, между които ИНЕАС – Международната академия на науките за висше образование, забележителен организатор и общественик, ненадминат лектор и пропагандатор на математическото знание, активен генератор на идеи и новатор с развита интуиция за съдържателни теоретични научни и практически образователни инициативи и технологии. Настоящият доклад¹ се явява естествено допълнение и разширение на статията на проф. дпн Иван Ганчев (Ганчев, 2010), представена на 60-годишнината

¹ Настоящият пленарен доклад няма претенции за изчерпателност. В него се представят редица биографични данни, професионални интереси, организационни качества, кариерно развитие, научни постижения на юбиляра, голяма част от които са заимствани предимно от статията на проф. дпн Иван Ганчев (Ганчев, 2010) от Сборника с доклади на Юбилейната международна научна конференция, посветена на 60-годишнината на проф. Сава Гроздев и проведена през 2010 г. в базата Бачиново, Благоевград на Югозападния университет „Неофит Рилски“. Докладът се явява естествено продължение и допълнение на цитираната статия.

на юбиляра. Той съдържа основни биографични данни и научни приноси на Сава Гроздев. Посветен е на неговата 70-годишнина.

Ключови думи: математика, информатика, информационни технологии, синергетика, рефлексия, моделиране, диференциално уравнение, учене, криви на учене, плато, флуктуация, бифуркация, възприемане, досещане, интуиция, евристика, инсайт, задача, олимпиада.

Въведение

За да бъде обоснована, поне частично, указаната в заглавието характеристика на юбиляра проф. дпн Сава Иванов Гроздев, е целесъобразно да се отбележат някои детайли на понятието „знание“, което е основно в дидактиката. Философите различават няколко вида знание, между които е тъй нар. непосредствено знание. Различни автори го наричат интуитивно знание или интуиция. Частично ще парафразирам проф. дпн Иван Ганчев (*Ганчев, 2010, с. 7*): „Математиката се интересува също от интуицията, от инсайта и досещането, от прякото прозрение на истината, т.е. от откриването на обективни връзки без да се използват доказателства. Обосновката и дедукцията често само формализират прозрението с езика на математиката. Вярно е и обратното, защото математиката е мощно средство за проникване в тайните на природата и определено осигурява евристични възможности. Основните въпроси, от които се интересува нашият юбиляр в своята творческа дейност, е как да се подготви прозрението за успешно решаване на задачи и прозрението за получаване на нови факти и твърдения. Въпросът е математически, защото става дума за математически задачи и математически факти, но той е и философски, защото става дума за интуиция, инсайт и евристика. Най-сетне той е педагогически и дидактически, защото е свързан с подготовката на хора“. (*Ганчев, 2010, с. 7*)

Биографични данни

Сава Гроздев е роден на 13 юли 1950 г. в София. Учи в Софийската английска гимназия (1964–1969 г.) и освен приоритетно от математика се интересува от литература, пише (и сега продължава) стихове и разкази (някои са публикувани), занимава се активно със спорт (баскетбол и бокс). С юношеския отбор на Славия стига до трето място на републиканско първенство по баскетбол, а в столично първенство по бокс – до вице шампион на София. Както повечето ученици-отличници участва в олимпиади, включително и по математика. За такива занимания го мотивира учителката му по математика в английската гимназия – Трушка

Иларионова. Съпруга на известния професор-математик Николай Стоянов, г-жа Иларионова се отличава със строгост, но и с желание и ентузиазъм да преподава учебното съдържание от гледна точка на висшата математика по терминологията на бележития немски геометър и педагог Феликс Клайн (1849–1925). Всъщност една от първите прояви на находчивост у Гроздев се появява в 5. клас. На Областния кръг на олимпиадата по математика през 1962 г. в една от задачите се търси дължината на хипотенузата на правоъгълен триъгълник с катети 3 см и 4 см. Не е ясно какво е било намерението на автора на тази задача, след като теоремата на Питагор не се изучава в 5. клас, но случаят дава възможност на Гроздев да прояви съобразителност. Той начертава правоъгълен триъгълник с дадените дължини на катетите и с линейка измерва дължината на хипотенузата. Правилният отговор 5 см е намерен.

Гроздев продължава да участва в олимпиади и през последната година в училище стига до финалния кръг на Националната олимпиада по математика. За най-голяма изненада на самия него получава съобщение, че е сред първенците. Изненада, защото не е от математическа гимназия, не посещава математически школи и заниманията му по математика са самостоятелни. Привилегията за победителите от олимпиади е (тя и днес съществува), че им се дава право за прием в Университета без кандидат-студентски изпит. Новината, че е сред първенците на Националната олимпиада, заварва Гроздев в началото на м. юни, когато се готви за предстоящите изпити. Самият той имал намерение да кандидатства в икономическо висше училище. Но предоставената привилегия го демобилизира и той зарязва „икономическата“ си подготовка. С документа от олимпиадата се записва във Факултета по математика и информатика на СУ „Св. Климент Охридски“. Годината е 1969 г.

Както посочва проф. Ив. Ганчев, „може да се каже, че Гроздев попада в математиката неосъзнато. Оттук нататък започва осъзнатото му присъствие (добавено от В. М.). През 1971 г. се провежда Първата балканска олимпиада за студенти и млади изследователи. Току-що завършилият II курс Гроздев е поканен на едномесечна подготовка, която се ръководи от доц. Николай Хаджииванов (по-късно професор, *добавено от В. М.*). Следват контролни и селекция, в резултат на която Гроздев попада в националния отбор. Заедно с двама свои съкурсници Огнян Коров (починал твърде млад) и Олег Мушкаров (*добавено от В. М.*) националният отбор на България с научен ръководител Хаджииванов се представя отлично на Балканиадата в Букурещ, Румъния. Успешно е участието и на младите български изследователи Жан-Пиер Рамаданов, Радослав Павлов, Радостин Иванов, Мирослав Танушев и Петър Кендеров, които заедно с тримата студенти и „корифеите“ акад. Любомир Илиев, акад. Боян Петканчин, чл. кор. Георги Брадистилор и доц. Кирил Дочев

оформят състава на българската официална делегация за Първата балканиада по математика“. (Ганчев, 2010, с. 8-9).

Към постиженията на С. Гроздев като студент заслужава да се спомене и привличането му като асистент-демонстратор още от II курс. В рамките на тъй нар. „модел“, въведен по инициатива и под ръководството на акад. Любомир Илиев и акад. Благовест Сендов, включващ интеграция на институтите по математика и механика при БАН с тогавашния Факултет по математика и механика при СУ „Св. Климент Охридски“, учредяване на Единния център по математика и механика (ЕЦММ) и въвеждане на „блоково“ обучение – Блок А, Блок В, Блок С, Блок D и Блок D', се утвърди изключително полезна практика показалите съответни качества студенти, наречени демонстратори, да водят упражнения на по-долни курсове в Блок А. Така, още като студент във II курс С. Гроздев е включен в състава на асистентите-демонстратори на доц. Димитър Скордев (сега професор) и ст.н.с. Владимир Чакалов (по-късно професор), като в продължение на 4 години (до края на V курс) той води упражнения по Анализ I и Анализ II.

Първи етап в творческата дейност

През 1974 г. Гроздев завършва висше образование с отличие и получава магистърска степен по „Комплексен анализ“. Под ръководството на ст.н.с. Станчо Димиев (по-късно професор) разработва дипломна работа по равномерно разпределени редици – модерна за времето си тематика, основоположник на която е световно известният немски математик Херман Вайл (1885–1955). Същата година С. Гроздев е зачислен в редовна докторантура в тогавашния Блок С и през 1980 г. защитава кандидатска дисертация на тема „Конволюционен подход към абстрактни диференциални уравнения в особения случай“. Научен ръководител му е чл. кор. Иван Димовски. Научните интереси на С. Гроздев по това време са в областта на диференциалните уравнения и създаването на алгебрични методи за тяхното решаване. Тематиката е от операционното смятане, обобщените функции и интегралните трансформации. Едно от направленията се базира на понятието „конволюция“. Обобщението на тъй нар. Дюамелова конволюция от българския учен Димовски и немския професор Лотар Берг дава възможност да се развият операционни смятания по подобие на класическото. Днес в литературата се говори за българска школа по операционно смятане и Гроздев се числи към тази школа. Един от проблемите в множеството операционни смятания на база Дюамеловата конволюция, който не съществува в класическото, е алгебричното третиране на тъй нар. резонанси. С. Гроздев успява да разреши проблема в общия случай и да направи реализация при търсене на

периодични решения. В литературата се появяват цитирания на тъй нар. подход на Гроздев и теорема на Гроздев (Dimovski, 1982; Kurjakin, 1984).

През 1979 г. Гроздев постъпва на работа в Института по механика при БАН и започва да се занимава с научно-приложна дейност в областта на роботиката, управлението и устойчивостта на системи тела. Чете специални курсове в СУ „Св. Кл. Охридски“ по нелинейни колебания и теория на устойчивостта по Ляпунов. Участва в няколко разработки и проекти. През 1984 г. става водещ организатор на голяма международна конференция по нелинейни колебания. Основания за това са научните резултати от Гроздев в областта на автономните и неавтономните системи. Конференции по нелинейни колебания традиционно се провеждаха на всеки 3 години от световната организация по нелинейни колебания и реализацията на поредно тяхно издание в България беше признание за страната ни и нейния научен потенциал в това направление. През академичната 1984/1985 г. С. Гроздев заминава на едногодишна специализация в Техническия университет в гр. Лил, Франция по тематика, свързана с управлението на работи и системи тела. Тук той работи под ръководството на френския професор Робер Фор, представител на школата на Анри Поанкаре (1854–1912) и Луи Башелие (1870–1946). През 1986 г. Гроздев се хабилитира и продължава да се занимава с изследвания в областта на математиката, механиката и роботиката. Става ръководител на няколко проекта и участва като изпълнител в други. От този период на научни изследвания трябва да се спомене статията (Grozdev & Sirakov, 1993), в която е разработен метод за автономна ориентация на робот в среда с препятствия.

Начало на творческа и организационна дейност в областта на образованието

Постепенно научните интереси на Гроздев се насочват към образованието и най-вече към обучението по математика, информатика и механика. Формалната причина е получаването на покана през 1986 г. за участие в създадения през 1976 г. Екип за извънкласна работа по математика, информатика и математическа лингвистика, който първоначално е към Института по математика и информатика при БАН (както и към бившия ЕЦММ), а по-късно, поради нарасналия обем работа, е разделен на три екипа към Съюза на математиците в България. Гроздев става ръководител на Екипа по математика през 1989 г. и го ръководи успешно в продължение на 15 години (1989–2004). Екипът се занимава с научното осигуряване на всички олимпиади в България, както и с подготовката на националните отбори за участие в международни олимпиади и състезания по математика. От 1990 г. Гроздев е последователно заместник-ръководител и ръководител на националния

отбор за балканските олимпиади, а също и заместник-ръководител и ръководител на националния отбор за международните олимпиади. Той разработва система за откриване и подкрепа на изявени ученици и студенти в областта на математиката, а също и математически модел за следене на подготовка и учене (Grozdev, 2002). За този модел ще стане дума по-долу.

В областта на педагогиката и методиката научните изследвания на С. Гроздев в началния етап са на историческа тематика. Към тях се отнася статията (Grozdev, 1991), която представлява доклад по покана на Двдесетата пролетна конференция на Съюза на математиците в България. В нея е разгледана следната задача: *Даден е куб със страна a . Може ли с линия и пергел да се построи страната на куб с два пъти по-голям обем?* Задачата датира от V в. пр. н. е. и представлява един от най-известните проблеми (математически и философски) на античността. Едва през 1837 г. френският математик Пиер Вантцел (1814–1848) доказва строго, че построението е невъзможно. Приносът на статията на Гроздев е в подбирането на подходящи исторически факти при мотивацията на подрастващите за изучаване на математика. В статията (Grozdev, 1996) е разгледана задачата за построение с линия и пергел на квадрат, който е равнолицев на даден кръг. Подобно на споменатата задача за куба, тази задача принадлежи към трите класически проблеми на древногръцката математика. През 1882 г. немският математик Фердинанд Линдеман (1852–1939) доказва, че числото π е трансцендентно, откъдето следва, че разглежданата задача е неразрешима. В цитираната работа на Гроздев се разглежда формулировка на задачата за квадратурата на кръга от позицията на съвременната математика, която изглежда така: *Дадени са квадрат и кръг, които са равнолицеви. Да се раздели всяка от фигурите на равен брой непресичащи се подмножества, които по двойки са конгруентни помежду си, т.е. за всяко подмножество на едната фигура съществува единствено подмножество на другата и трансляция или ротация, която преобразува първото подмножество във второто.* За първи път задачата в този си вид е формулирана през 1925 г. от полския математик Алфред Тарски (1902–1983) и е решена положително през 1988 г. от унгарския математик Миклош Ласкович (1948–). Педагогическата роля на статията на Гроздев е да покаже, че доста често в математиката решаването на един проблем поставя редица други, в т. ч. и по-общи. Оттук следва, че мотивите за развитието на математиката, а значи и на творчеството, могат да бъдат както практически, така и чисто вътрешно математически.

Подготовката на националните отбори за участие в международни олимпиади и състезания по математика осмисля едно сложно и трудно дело, което изисква научно осигуряване и специална подготовка на

сформираните отбори. Става дума за равнище със свои качествени измерения. Освен висока математическа квалификация, подготовката включва и пълноценна психолого-педагогическа и специфично методическа насоченост. Смисълт и задачите, свързани с целите за високи постижения, довежда до появата през 1993 г. на сп. „Математика плюс“, чийто главен редактор от създаването му е Сава Гроздев. Постепенно Гроздев стига до убеждението, че успешното решаване на една математическа задача (става дума за задачи с повишена трудност) е възможно при извършване на осъзнат анализ на ситуацията в задачата, осмисляне на началните данни и целта (това, което се търси), както и целенасочено вариране на явните и скритите свойства на всички елементи в условието. Едва тогава се увеличава шансът за поява на прозрение (инсайт) и намиране на път за решение. Съвременното състояние на науката не дава възможност да се предложи точна рецепта за решаване на задачи и по-конкретно за поява на прозрение. Дори такава рецепта да съществува, познатите средства са недостатъчни за нейното описание. Това е въпрос на бъдещи изследвания. Реалният процес на евристичната дейност е предмет на психологията и точно неговото описание е истинското предизвикателство. Напротив, различни евристични похвати, които са предмет на евристичната логика, могат да бъдат представени във вид на логически схеми и тяхното изучаване е от значение както за успешното решаване на задачи, така и за трупане на опит в посока на разкриване тайните на творчеството. Известни са различни евристични похвати. Един от тях е тъй нар. структуриране на решението на дадена задача. Следвайки общоприетия принцип в математиката, че всяко доказателство се основава на вече познати факти и установени съотношения, решението на една задача може да се разглежда като логически свързана последователност от решенията на група задачи, тъй нар. задачи-компоненти. В подготовките за олимпиади Гроздев и неговите колеги залагат на тезата, че между най-важните и необходими елементи за успешното решаване на задачи са познаването на математически факти, на методи и на апарата на логиката. Познаването означава осигуряване на възможности за ползването на тези елементи до степен на произволност. Разбира се, разнообразието от математически методи е огромно. Тук влизат: интуитивният (директният) метод, методът на доказване чрез опровергаване на отрицанието, методът на математическата индукция, методът на субституциите в алгебрата, методът на барицентричните координати в геометрията, координатният метод, векторният метод, методът на инвариантите и полуинвариантите и много др. Същност всяка продуктивна идея може да служи за основа на метод. Съществено е също познаването на логиката не само като средство на обучение, но и като негова цел. Нещо повече, например с помощта на предикатното смятане и използването на квантори могат да се генерират нови задачи, а

следователно да се формира ново знание. Като добър ученик и последовател на проф. Иван Ганчев, Гроздев съществено се позовава на негови резултати и идеи. Той публикува редица статии, в които изяснява методическата същност на добре известното противоречие в математиката, свързано с интуитивното обяснение. От една страна е идеята, а от друга е нейното представяне. Силогизмите, на базата на които са построени доказателствата на твърденията и решенията на задачите, скриват оригиналността и неповторимостта. С помощта на силогизмите изложението става съвършено просто и не буди съмнение за верността си, но подобно изложение не показва, не откроява идеята. Оттук идва необходимостта от интуитивно обяснение, под което се разбира неформално и понякога дори опортюнистично обяснение.

За успешното решаване на задачи от изключително важно значение е динамиката между „декларативните“ и „алгоритмичните“ знания в смисъл на разглежданията в статията (Grozdev, 2003). По оценките на Жан Пиаже, „пълното усвояване настъпва само в процеса на преоткриването“. Тази постановка получава разгърнато психологическо осмисляне в работите на Гроздев, за да се осигури самообучение в неговите математически измерения. Вътре в осмислянето стоят и изпълняват предназначението си поредица категории: „математическо знание“, „математически умения“, „математически способности“, съответно – „подготвеност“ и „продуциране“; стоят със специализирания си смисъл категориите „определяване“ и „разпределяване“ като тип дейност и тип продукт, паметова активност и разнопосочните, отново със съответна типология и математическа осмисленост.

В началото на 2003 г. проф. Сава Гроздев защитава дисертация за присъждане на научната степен „доктор на педагогическите науки“ на тема „Теория и практика на подготовката на изявени ученици за участие в олимпиади по математика“ (специалност 05.07.03 – методика на обучението по математика). През 2004 г. той се премества на основна работа в Института по математика и информатика на БАН след спечелен ваковски конкурс за ст.н.с. I ст. (професор) по методика на обучението по математика. През м. април 2006 г. е избран от СНС по педагогика при ВАК за професор по методика на обучението по математика за нуждите на СУ „Св. Климент Охридски“, а през м. май 2006 г. – за професор по математически анализ от Академичния съвет на Висшето училище по застраховане и финанси (ВУЗФ). Във ВУЗФ Гроздев чете лекции по математика за икономисти, статистика и иконометрия. По програма на Университета в гр. Шефилд, Англия той чете лекции и на английски език по същите дисциплини. В периода 2015–2020 г. Гроздев е на основна работа във висшето училище и е заместник-ректор по науката и кариерното развитие. С активното му участие ВУЗФ получава акредитация

за обучение на докторанти. Проф. Гроздев чете лекции по методика и методология на научните изследвания, ръководи докторанти и е научен ръководител на първия защитил докторант в училището.

През 2000 г. проф. Гроздев е награден от ръководството на БАН за успехи в работата с изявени ученици и студенти по повод Световната година на математиката. Гроздев е съавтор на статията (Grozdev, Derzhanski & Sendova 2001), която е удостоена с трета награда на конкурс на Европейския математически съюз и е препечатана на френски език в сп. "Gazette des mathematiciens", 105, 2005, 57–64. В периода 2002/2003 г. Гроздев е ръководител на учителски колектив за разработка на дидактическа система от задачи за средното училище, която през 2003 г. печели награда "MERITORIOUS" в международен конкурс на американската организация "Best Practices in Education". Един от най-силните периоди в биографията на проф. Гроздев са постиженията му през 1994–2003 г., когато той е научен ръководител на националния отбор на България последователно за балканските и международните олимпиади. За този период ще стане дума по-долу.

Целенасочени изследвания в дидактиката и резултати в теорията на ученето.

Основоположник на синергетичния подход в методиката на обучението по математика и информатика.

През 2010 г. на юбилейната конференция в Бачиново проф. Иван Ганчев изрично отбелязва, че „настоящото юбилейно честване би било според мен непълно и недостатъчно представително по отношение на мястото и ролята на проф. Гроздев специално за развитието на дидактиката на математиката, ако не се проследи кога и как точно той навлезе в тази наука“. И по нататък: „Споменаването на някои факти е необходимо, за да се оцени по достойнство юбилярът. ... От литературата и личните контакти, които имах с колеги от бившия Съветски съюз, забелязах, че при решаването на важни проблеми на обучението по математика изключително полезно се оказва участието на видните математици Андрей Николаевич Колмогоров (1903–1987), Алексей Иванович Маркушевич (1908–1979), а преди това и на Александър Яковлевич Хинчин (1894–1959). Тези блестящи математици и техният именно математически стил на мислене влияеше съществено върху ефективното решаване на проблемите на обучението по математика и в средното училище. До подобен извод достигнах и след личното ми запознаване с полския професор Збигнев Семадени (Вице-президент на ICMI, Международна организация по математическо образование, в периода 1983–1986 г.), който въпреки че беше специалист по функционален анализ, през 60-те и 70-те години на

миналия век се включи активно в модернизацията на обучението по математика в началното училище и детската градина, вършейки изключително оригинална и полезна дейност. Аналогичен извод направих и при запознаването ми с доц. Ян Вишин. Той беше геометър, но ръководеше отбора на Чехословакия на международните олимпиади по математика. Беше ръководител на катедрата по методика на обучението по математика в Карловия университет в Прага. В резултат на активното му участие в подготовката на участници в международните олимпиади се появи изключителната за времето си негова книга „Методика за решаване на математически задачи“ (тази книга е преведена и на български език). Имах възможност да се запозная и с гръцкия колега проф. Атанасиос Гагатцис. От него научих как той се е насочил към проблемите на дидактиката на математиката, когато е специализирал във Франция. Към списъка на подобни случаи можем да добавим имената на Феликс Клайн (1849–1925) от Германия, немско-холандския математик и педагог Ханс Фройдентал (1905–1990) (роден в Германия и работил в Холандия), Джуро Курепа (1907–1993) от бивша Югославия, белгийския алгебрист и педагог Жорж Папи (1920–2011) и др. Посочените известни математици са се ориентирали към науката „Дидактика“, но не са се отказвали от чистата математика и са продължавали да работят успешно и в своите тесни математически области. Имах информация също така и за начина на действие при създаването във Франция в края на 60-те години на миналия век на тъй нар. IREM-и. Основните им цели и сега продължават да бъдат свързани с квалификацията на учители, като основната причина за високата им ефективност е привличането в качеството на лектори и обучители на личности с вече оформени и доказани математически възможности. Всичко това, съчетано с разговорите ми с руския колега академик Юрий Михайлович Колягин (1927–2016) във връзка с успешния му опит да привлече на „фронта на дидактиката на математиката“ тогавашния доцент Геннадий Лаврович Луканкин (1937–2006) – специалист по комплексен анализ, ме наведе на следната идея. Добре би било, ако и ние в България успеем да привлечем колеги, които вече са се изявили като математици, да се занимават активно с проблемите на науката „Дидактика на математиката“. Споделянето на тази моя идея с някои колеги у нас беше посрещната с песимизъм. Та кой ще си наруши спокойните занимания с математика и ще тръгне към дидактиката, където са необходими активни дейности с ученици, студенти, учители и следователно не са изключени „главоболия“? Но точно в този период, някъде около 1999 г., проф. Запрян Запрянов ми съобщи, че ст.н.с. Сава Гроздев, който работеше с ученици – участници в отбора за международните математически олимпиади, има желание да го приема за разговор по методически проблеми на подготовката на изявени ученици. Първата ни среща не закъсна. Сработихме се от самото начало и сработването беше отлично. Забелязах

желанието на колегата Гроздев да внесе ред и научен елемент в подготовката на своите „олимпийци“. Предложих му да помисли за моделиране на процеса на натрупване на умения за решаване на задачи на базата на диференциални уравнения от първи ред. Идеята беше проста, като имах предвид да се използва евентуална аналогия с ефективността ѝ в екологията, където Вито Волтера (1860–1940) (Volterra, 1931) е моделирал процеси от животинския и растителния свят с помощта на такива уравнения. Последваха редица срещи между мен и бъдещия професор – Сава Гроздев. В някои от тях участваше и изтъкнатата българска психолог-педагожка проф. Стоянка Жекова, ученичка на основоположника на родната педагогическа психология чл. кор. на БАН – проф. Генчо Пиръов (1901–2001). Съпругът на проф. Жекова – Иван Марев, също професор, беше запален от идеите на немския физик-теоретик Херман Хакен (1927–) и на Брюкселската школа на Нобеловия медалист Иля Пригожин (1917–2003) във връзка с набиращата скорост нова интердисциплинарна научна област „синергетика“. Подчертавам интердисциплинарна, защото задълбочените познания на С. Гроздев не само по математика, но и по механика, устойчивост и управление на системи, му помогнаха да навлезе бързо в синергетиката и да осъзнае възможностите ѝ.“ (Ганчев, 2010, с. 14-16).

В своите изследвания Сава Гроздев използва следната дефиниция на понятието *учене*, дадена от Генчо Пиръов: „Ученето представлява онзи психологически и социално неизбежно активен и сложен процес, чрез който индивидът реагира на влиянието на средата, като усъвършенства засегнатите от това влияние психофизически прояви и придобива опит, който може да използва в бъдеще с вещина, за да се справя с всички положения, подобни на тези, при които лицето е било поставено при ученето“ (Pirouov, 2000, p. 24).

Очевидно е, че нивото на възможностите на един ученик или студент, което Гроздев означава с k в своята монография (Grozdev, 2007), се променя в процеса на подготовка и самоподготовка, т.е. то зависи от времето t , поради което авторът го означава с $k(t)$. Функцията $k(t)$ е мярка за състоянието на системата знания, умения, навици, нагласа, заложби, способности и всички останали компоненти на възможностите на ученика или студента. Динамиката на ученето и тъй нар. *криви на учене*, изследвани задълбочено от Генчо Пиръов в (Pirouov, 2000) и Гроздев (Grozdev, 2007), убедително показват, че процесът на заучаване има възходяща посока. От направените от Гроздев разглеждания следва, че процесът на учене е нелинеен. „Развитието на психологията, в т.ч. и на математическата психология и преди всичко на теорията на обучението, показва, че е погрешно да се абсолютизира ролята на обучаващия. Изключително важно за обучението е участието на самия обучаван. Още

през 1885 г. известният немски психолог Херман Ебинхаус (1850–1909), изследвайки паметта на човека, осъществява един доста атрактивен експеримент, в резултат на който се оказва, че у различните индивиди запомнянето и забравянето на редици от думи се подчиняват на един и същ закон. През 80-те години на 20. век психолозите доказаха още нещо: усвояването на сложни навици притежава *прагов* характер. В обучението по математика Гроздев отбелязва, че става дума за следното. След определен брой часове активна дейност, при която се решават известно количество задачи и се провеждат практически занимания, обучаваният придобива качествено ново равнище на подготвеност. Ако обаче тази критична точка (*праг*) не бъде премината, то след известно време започва процес на забравяне, при което положеният труд в ученето се оказва напразен. Ситуацията прилича на случая с онзи литературен герой, цитиран от Гроздев, който започнал да чете книга, стигнал до 30 стр. и заспал. На следващия ден започнал книгата отначало, но на 30 стр. отново заспал. Историята се повторила няколко дни. Гроздев прави интересна аналогия и със *запалването на въглища*. Ако въглищата се нагриват, макар и дълго, до не много висока температура, те не се запалват. Същото се наблюдава и при интензивно, но кратковременно нагриване. В случай, че нагриването е подходящо, въглищата се запалват, излъчвайки топлина и светлина. И в ученето е така. Излъчването на „топлина“ и „светлина“, което се установява с наличие на високи (или поне достатъчни) резултати по време на контролни и тестове, например преди изпит, е доказателство, че обучаваният (самообучаващият се) е преминал критичния праг и ученето е било ефективно. Това са основания, поради които Гроздев определя ученето като типичен нелинеен процес. Освен споменатото запалване на въглища, друг аналог е ядрената реакция (отново посочена от Гроздев). Взривът при ядрената реакция настъпва само в случай, че е натрупано определено количество критична маса. (Ганчев, 2010, с. 18-19).

Като се наблюдава графиката на решението на тъй нар. „диференциално уравнение на Гроздев“ с променлива дясна част, от неговата монография (Grozdev, 2007), се забелязва „негативното ускорение“ на Торндайк. Причината за неговото проявление е, че началото на кривата на учене е установено чрез изпитване (контролно, тест), което само по себе си предизвиква сериозна мотивация. Най-общият вид на уравнението на С. Гроздев в случай, че е разрешено спрямо първата производна (скоростта на учене), е следният: $k'(t) = F(t, k)$, $k(t_1) = k_1$. Когато функцията $F(t, k)$ е нелинейна, уравнението описва нелинейна динамична система и затова е подходящо да се използва при моделиране на учене. Това е направено в поредица от няколко статии и в (Grozdev, 2007), където са разгледани някои приближения на $F(t, k)$. Важно е да се

отбележи, че функционалната зависимост $F(t, k)$ отчита активната роля на учещия в процеса на учене.

Разгледаният модел е приложен от проф. Гроздев при подготовката на отбора по математика за Международната олимпиада през 2003 г. в Япония. Под научното ръководство на Гроздев българският национален отбор спечели световната титла, а шестимата български представители станаха носители на златни медали. В резултат на използването на внедрената система в периода 1999–2003 г., когато е бил научен ръководител на националния отбор, България печели от световните олимпиади общо 30 медала от 30 възможни: 17 златни, 11 сребърни и 2 бронзови. В отборното класиране за този период България сумарно е на трето място след Китай и Русия. След нас са държави с голям икономически и човешки ресурс: САЩ, Англия, Франция, Германия, Япония, Канада и др. В периода 1994–1998 г., когато Сава Гроздев е научен ръководител на нашите отбори за Балканските олимпиади, България печели от тях общо 29 медала от 30 възможни: 16 златни и 13 сребърни, както и 4 отборни титли от 5 възможни. Тези успехи изглежда окончателно решиха проблема за включването на тогава все още ст.н.с. Сава Гроздев, но вече успешно защитил дисертация за придобиване на НС „доктор на педагогическите науки“, в състава на колегията специалисти по науката „Дидактика на математиката“.

Да припомним, че основната цел на синергетиката като система от знания и умения е премахването или ограничаването на хаоса в дейностите. А дидактиката на математиката още от нейното създаване се стреми фактически именно към премахване или ограничаване на хаоса в учебните дейности по математика. Ще се спра малко по-подробно на научните резултати на проф. Гроздев в това направление.

Съвременното схващане за ученето, както за обучението и образованието изобщо, е че става дума за *детерминиран процес*, т.е. за процес с предистория и тази предистория оказва съществено влияние върху самия процес. Оттук не следва, че историята предопределя бъдещето. В продължение на почти два века, повлияна от класическата механика на Нютон, науката е смятала точно обратното. Господствал е тъй нар. детерминизъм, известен още като *демонът на Лаплас* по името на най-видния изразител на абсурдното от съвременна гледна точка твърдение, че ако в момента t_1 се знае положението и скоростта на всяка частичка от Вселената, то бъдещето може да се предскаже точно по закона на Нютон за произволно $t > t_1$. Оттук следва и философската теза от времето на Лаплас за предопределеността на човешкото развитие, в частност на неговото образование и ниво на подготвеност. Едва в началото на 20. век математикът (също физик и философ) Поанкаре изрича думите:

„Детерминизмът е фантазия на Лаплас.“ и по този начин заклеява заблудата на своя сънародник Пиер Симон Лаплас (1749–1827). Прозрението на Поанкаре се обуславя от няколко съществени наблюдения, едно от които е свързано отново с името на французин – Жак Соломон Адамар (1865–1963). Гроздев цитира Адамар, който забелязал, че за разлика от правоъгълната или кръглата билиардна маса, тази, чиито страни са дъги от окръжности с центрове извън масата, е твърде „чувствителна“. Две много близко разположени топки върху нея, след като бъдат тласнати едновременно в една и съща посока с една и съща начална скорост, започват след няколко удара в стените да се движат по съвършено различни траектории. По повод на чувствителността Поанкаре казва: „Може да се случи малки разлики в началните условия да предизвикат големи разлики в крайните явления. Малка грешка в първите ще породи огромна грешка във вторите. Предсказването става невъзможно и тогава ние имаме работа с явление, което се развива по волята на случая.“ (Пуанкаре, 1990).

Според Гроздев, за да се квалифицира поведението на една нелинейна система като хаотично, трябва да са налице поне следните признаци:

1. Системата да е детерминирана, т.е. да съществува правило, което определя бъдещето ѝ поведение при дадени начални условия.
2. Системата да показва силна чувствителност към началните условия (което я прави по принцип непредсказуема или по-точно с ограничен срок на предсказуемост).

След като установява, че ученето е детерминирано, Сава Гроздев изследва и неговата *чувствителност*. Ако $x(t)$ е обемът на запомнения материал, авторът използва класическите експерименти на Х. Ебинхаус, които показват, че $x(t) \approx C_1 - C_2 e^{\alpha t}$, където C_1 и C_2 са константи, а α е *показател за скоростта на възприемане (забравяне)* и $\alpha > 0$. Ако в първо приближение функцията $F(t, k)$ има вида $F(t, k) = F(k) + P$, където $F(k) = \alpha k$ отчита активната роля на учещия в процеса на учене, то

$$k(t) = -\frac{P}{\alpha} + \left(k_1 + \frac{P}{\alpha} \right) e^{\alpha(t-t_1)}.$$

Полученият израз прилича поразително на израза на Ебинхаус. При това единият е изведен експериментално, а другият – чисто теоретично от модела на Гроздев. Върху графиката ясно се вижда онази критична точка, след която върху кривата се появява *плато* и настъпва тъй нар. *зона на насищане* (по терминологията на Г. Пиръов). Платото попада в класа на дълготрайните (продължителни) колебания в предложената от Г. Пиръов класификация на колебанията на кривите на учене. „По-малко или повече

продължителна хоризонтална или почти хоризонтална посока на кривата, която се следва от ново, по-бързо или по-бавно издигане, се нарича именно плато.“ При *краткотрайните колебания* се наблюдават кратки издигания и слизания. „Тази закономерност се състои в това, че непрекъснатите снижения и издигания са необходим елемент на всяко учене. Всяко издигане е следвано от кратък период на почивка, който пък е подготовка за следващото издигане“ (Grozdev, 2007). Гроздев защитава тезата, че колебанията (краткотрайни и дълготрайни) се дължат на плавното изменение на т. нар. *управляващи параметри*. Показателят α във функцията на Х. Ебинхаус играе ролята на личностен параметър, а неговият аналог в динамичния модел на Гроздев характеризира решението. Той е пример на управляващ параметър. Доста автори подробно се спират на методиките за експериментално определяне на този параметър. Такава методика е разработена и от С. Гроздев в неговата монография (Grozdev, 2007), върху която тук няма да се спирам.

„Решението на линеаризираното уравнение при фиксирано α е монотонно растяща функция, защото първата ѝ производна (скоростта) е положителна, и в това отношение не се отличава от споменатите по-горе криви на учене на Г. Пиръов. Изобщо, „единствената обща особеност на кривите е, че те показват възходяща посока на всяко учене“ (цитатът е от (Pirgov, 2000)). Сравняването на кривата-решение на цитираното по-горе диференциално уравнение и кривите на Г. Пиръов от посочената негова монография показва две различия. Първото различие, според Гроздев, е несъществено. То се дължи на свойството „гладкост“. В единия случай кривата е „гладка“, а в другия не е „гладка“ и няма как да е „гладка“, след като е получена от „слепване“ на отсечки. Всички криви на Г. Пиръов представляват „начупени линии“ (линии, образувани от отсечки), защото са получени експериментално и „роговите точки“ (местата на свързване на две отсечки) имат ординати, които са стойности от измерване. Съществено е, че кривите на Гроздев са получени лабораторно (теоретично). Те са непрекъснати модели на процеса на учене за даден временен интервал, докато при Г. Пиръов моделите са дискретни. Основната тенденция (възход на ученето) е налице и това дава основание на Гроздев да определи посоченото различие като несъществено. Друг е въпросът коя крива е по-използваема. В защита на лабораторния подход, Гроздев изтъква следния съществен факт. Един месец преди изпит или отговорно състезание, когато се води интензивна подготовка, не са препоръчителни ежедневни тестове или контролни, с които да се следи как се изменя нивото на подготвеност. А подобно следене е важно. Разбира се, едно или две измервания в процеса на учене са подходящи за проверка на теоретичното изменение на нивото на подготвеност, а така също и за поддържане на „състезателен“ (изпитен) тонус. Второто различие, според Гроздев, обаче е съществено. Вече отбелязахме, че кривата от теоретичния модел е получена при фиксирано

α . Логичното обяснение за колебанията при кривите на Г. Пиръов е промяна на α -ите. „Всяко ново знание в такъв случай улеснява придобиването на други знания“ (цитатът е от (Piryov, 2000)). Както отбелязва Гроздев, имаме пример на *флуктуация*. Терминът идва от латинското *fluctuatio*, което в преносен смисъл означава колебание, непостоянство. Флуктуацията е типична за нелинейните процеси. В процеса на учене за даден етап на подготовка (учене) ученикът или студентът встъпва с конкретна собствена стойност α . В този момент неговата система от знания, умения, навици, заложби, способности и т.н. е в равновесно положение. Системата обаче, е изключително чувствителна. Най-малката нова информация въздейства върху нея и тя започва да се колебае. Съответното α се променя и това отговаря на колебанията на кривите на учене на Г. Пиръов. Изменението на управляващия параметър α е плавно в посока на нарастване или намаляване, преминаване през изходното положение, отново нарастване или намаляване и т.н. От постоянен, управляващият параметър се превръща в променлив. Променливата е ключова. Тя определя състоянието на системата. Възможно е достигане на друга стойност на α . В такъв случай учещият преминава от едно качествено състояние в друго. Конкретните α_1 , α_2 и т.н. характеризират устойчивите положения на равновесие, докато промеждутъчните стойности характеризират неустойчивите положения на равновесие. Състоянието между две устойчиви положения е състояние на безпорядък (хаос). Но това не е безпорядък в буквалния смисъл на думата. „Много по-близо до природата на хаоса би било той да се нарече организирана и детерминирана случайност (или ред, маскиран като случайност“ (цитатът е на Х. Хакен – откривателят на синергетиката). Всъщност чрез хаоса системата „търси“ устойчивите състояния и при наличие на благоприятни възможности сменя старото устойчиво състояние с ново, което е от по-висш порядък. Търсенето прилича на лутане, но това лутане е строго обусловено и неизбежно в еволюцията на системата. При това се оказва, че е и полезно“ (Ганчев, 2010, с. 21-22).

С. Гроздев забелязва, че кратковременните колебания на нивото на подготвеност в процеса на учене (подготовка) не променят структурата на това ниво. „Те не внасят трайни качествени изменения в системата, която описва нивото на подготвеност. Системата реагира *адаптивно* (измененията са такива, че се стремят към изходното състояние). Типична е аналогията с повишаване на температурата на човешкото тяло при горещо време. Високата температура стимулира процеси, в резултат на които тялото отделя капчици вода чрез кожата. Това води до обратен процес – тялото се охлажда. Примерът, който дава Гроздев, е свързан с действието на тъй нар. принцип на Льо Шаталие-Браун (открит от Анри Луис Льо Шаталие (1850–1936) през 1884 г. и обоснован от Карл

Фердинанд Браун (1850–1918) три години по-късно). Точната формулировка на принципа гласи: Външното въздействие, което извежда системата от равновесие, поражда в нея процеси, стремящи се да компенсират резултата от това въздействие. По съвършено различен начин стоят нещата с платото. Едно от възможните негови обяснения според Гроздев е, че то регистрира появата на нова структура. Ученият преминава трайно от едно устойчиво равновесно положение в друго устойчиво равновесно положение. Всяко устойчиво положение представлява различна структура на нивото на подготвеност. Самите структури определят различни качествени състояния. Не е достатъчно учещият да възприеме едно или няколко нови знания, едно или няколко нови умения, за да смени устойчивото си равновесно положение. Първото изискване е да постигне количествено натрупване в процеса на учене. Но само количественото натрупване също не е достатъчно. За да се получи качествен преход, както изтъква Гроздев, е необходимо възприетото да влезе във взаимодействие със старите знания, умения, навици и т.н., да установи нови връзки и отношения с тях и то точно тези, които характеризират по-висшата структура. Само тогава преминаването от едно устойчиво състояние в друго е трайно.“ (Ганчев, 2010, с. 22-23).

Преходите на системите от едно устойчиво състояние в друго се описват от *теорията на катастрофите*. За разлика от флуктуацията, която е механизмът, чрез който системата „напипва“ възможните състояния, то *катастрофата* е рязко изменение на равновесното състояние. В същото време, както флуктуацията, така и катастрофата настъпва при плавно изменение на управляващите параметри. Съществената разлика между двата феномена е, че докато смяната на състоянията не може да се осъществи без флуктуация, то катастрофата не е задължително да присъства. Нещо повече, тя може да бъде заобиколена и в резултат да се предотврати рязката промяна, която е нежелателна (заради рязкостта). За да изясни тази възможност, Гроздев въвежда понятието *бифуркация* на ученето. (Grozdev, 2007). Думата „бифуркация“ идва от френското *bifurcation*, което означава раздвоение. Използва се например в географията за означаване на разделянето на една река на два ръкава. В този случай се говори за точка на бифуркация. В точките на бифуркация се провежда избор и започват процеси на друго ниво. Това означава, че пътят на развитие не е единствен, бъдещето е неединствено. Бифуркацията е онова особено място, където е възможно да настъпи раздвояване (разделяне). В процеса на учене това особено място е платото. Причините за платото, а следователно за наличието на бифуркации, намираме у Г. Пиръов. Те могат да бъдат загубване на интерес към работата, погрешни навици при работа, прилагане на лош или неподходящ метод на работа. Към тях Гроздев добавя и споменатите вече шумове. Генчо Пиръов говори и за друга причина, „когато ученето се състои в усвояване на по-сложни и

по-организираните навици“. Като следствие от тази причина настъпва флукутация, която вече беше изяснена. Пиръв я поставя на последно място. Според Гроздев тя е най-важната, защото обуславя развитието. Брайън и Хартър наричат това „йерархия на навиците“ и го посочват като главна причина за платото (Уилям Лоу Брайън (1860–1955) и неговия ученик Нобъл Хартър (1858–1907) са американски психолози). Под „главна“ авторите вероятно разбират „по-често срещана“. Същественото според Гроздев е не в това дали причината е главна или второстепенна, дали е по-често или по-рядко срещана. Важно е следствието. Само флукутацията създава условия за еволюция. Последниците от останалите причини са отрицателни. По всичко изглежда, че заради недооценяване флукутацията е била поставяна на последно място. Гроздев отдава заслуженото на Г. Пиръв: „Във всеки случай, независимо от това, дали на платото на кривата ще гледаме като на подготвителна фаза за по-нататъшен прогрес или като на указание за някаква критична фаза в процеса на учене, то представлява значителен интерес както за изследвача в областта на приложната психология, така и за учителя, който следи хода на напредването на своите ученици.“ (Pirgov, 2000).

Във връзка с извода от последния цитат и по-специално на неговата заключителна част, Гроздев посочва един интересен пример. Той е свързан с ученика Георги Ангелов от Математическата гимназия в гр. Враца, който през учебната 1996/97 година е бил единадесетокласник. Неговата подготвеност правела впечатление, но пропуски в подсистемите съответно на знанията, уменията и нагласата не му давали възможност да покаже необходимите резултати. Подготовката на ученика вървяла по възходяща линия и през споменатата учебна година той „дръпнал“ осезателно. Представянето му в наблюдаваните математически олимпиади и състезания значително се подобрявало и от началото на 1997 г. Георги започнал да побеждава двама от златните медалисти от международни олимпиади, които по това време все още са били ученици. Основателните очаквания на ръководителите били той също да спечели златен медал от предстоящата през м. юли 1997 г. Международна олимпиада в Аржентина. По време на последния етап на подготовка непосредствено преди олимпиадата през м. юни (по-точно в края на подготовката) ученикът забележимо загубил мотивация и интерес към ученето. Както отбелязва С. Гроздев, той като че ли е „прегорял“. По време на самата олимпиада Георги Ангелов завоювал сребърен медал, но очакванията са били повисоки. Интересни са резултатите му върху шестте задачи: 7, 7, 1, 7, 7, 0. Анализът показва, че върху задачи с номера 1, 2, 4, 5 получените точки са максимално възможните. Задачите с номера 3 и 6 обаче изискват изключителна концентрация. Задача № 6 не е подходяща за сравнения, защото и останалите български участници са се представили незадоволително върху нея. Но задача № 3 е била решена отлично от

четирима българи, които Георги превъзхождал. Изследването на кривата на учене в подготвителния етап преди олимпиадата показал, че Георги е бил попаднал в зона на насищане (платото), т.е. в точката t_c (критично време). По-късно случаят е използван от С. Гроздев за потвърждаване на хипотезата, че „критичната точка t_c се достига, когато лицето на областта, заградена от кривата на учене върху интервала $[t_1; t_2]$, правата $t = t_c$ и координатните оси, е около 90% от лицето на аналогичната област за интервала $[t_1; +\infty)$. Върху платото на Георги се появява точка на бифуркация, от която излизат два „клона“. Единият клон обяснява пълните решения на задачите, за които не се налага толкова силно взаимодействие на елементите (знания, умения, нагласа и др.) от системата на въпросния ученик, описваща нивото му на подготвеност. Напротив, вторият клон е свързан със слабото представяне върху задача № 3. Ако подготовката е била преустановена в точката t_c , щяло е да се създаде възможност за заобикаляне на бифуркацията и очакванията за златен медал евентуално са щели да се реализират. (Ганчев, 2010, с. 24-25).

По такъв начин проф. Сава Гроздев разглежда процеса на учене и подготовка от позициите на синергетиката. Известни са и други примери на синергетичен подход в областта на образованието, например (Kapitza, Kurdiunov & Malinetskii, 2001). Този пример е свързан с организацията и развитието на висшето образование в Русия. Авторите правилно посочват че: „Светът – такъв, какъвто го познаваме, е възникнал и се е развивал по безкрайната верига на самоорганизационни процеси – от образуването на галактики и звезди до биологичните и социалните структури“ (Kapitza, Kurdiunov & Malinetskii, 2001, p. 140). В образованието, независимо дали става дума за педагогика или психология, за педагогическа психология, за методика или теория на познанието, съществуват редица процеси и явления, чиито вътрешен механизъм е синергетичен. Разбира се, необходимо е разкриване на този механизъм, за да бъде той разбран, изучен и правилно използван. Интердисциплинарният характер на тази млада наука синергетика позволява синергетичен подход и в образованието. Една от принципиалните задачи на синергетиката е да изучава ефективното запазване, преработване и анализиране на големите информационни потоци. В това отношение ученето е само един пример. При това, на него С. Гроздев гледа от позицията на Хакен, който схваща синергетиката в тесен смисъл. Да припомним, че според Хакен самоорганизацията възниква в резултат на кохерентно (свързано), съгласувано поведение на голям брой елементи на съответната система. Не е изключено други процеси в образованието да могат да бъдат изучени с помощта например на тъй нар. дисипативни структури, въведени от Брюкселската школа на И. Пригожин, които са резултат на термодинамична неравновесност, или пък с помощта на автовъзловия

подход към възникване на самоорганизация. Богатството от проблеми и разнообразието на идеи са големи. Изследванията и съчетаването им са въпрос на бъдещи изследвания, предвижда проф. Ив. Ганчев. В това отношение, според Д. Бойкина и Е. Тодорова, „проф. М. Георгиева и проф. С. Гроздев в последната си съвместна книга (Георгиева & Гроздев, 2017), (издадена и в чужбина (Georgieva & Grozdev, 2017)), издигат идея за нова парадигма в обучението, в образователната система и изобщо в научното познание – тъй нар. NDM–парадигма. В тази монография авторите търсят и предлагат необходими и достатъчни условия за очертаване на оптимален път за интелектуално развитие на човека от детска до зряла възраст. Чрез използване на предимствата на математическото моделиране те описват динамиката на различни оптимизационни процеси за съвременно обучение и предлагат съответни дидактически модели, насочени към развитие на личността на учениците.“ (Бойкина & Тодорова, 2020)

Проф. Ганчев изтъква, че „Със своите научни резултати по дидактика на математиката проф. Гроздев постави началото на включването в тази наука на една внушителна група колеги, получили признание и съответно звание или степен в развитието си като специалисти в областта на математиката или информатиката. Те последваха примера на проф. Гроздев и внесоха съществено нови елементи в дидактиката на математиката, които могат да бъдат обект на внимание в други изследвания.“ (Ганчев, 2010, с. 25). Затова днес с основание се твърди, че проф. дпн Сава Гроздев е основоположник на синергетичния подход в обучението по математика и информатика. Продължавам с проф. Ганчев: „Ще си позволя да припомня само разработването на идеята за „рефлексията“ от проф. Марга Георгиева. Не мога да не отбележа, че всъщност рефлексията, а така също и синергетиката, както изтъкнах по-горе, са били използвани винаги в историческото развитие на дидактиката на математиката, но преди проф. Георгиева (относно рефлексията – *добавено от В.М.*) и проф. Гроздев (относно синергетиката – *добавено от В.М.*) това е ставало неосъзнато. Признавам си, казаното важи и за мен. И аз се чувствам като онзи литературен герой, който, след като научил какво е проза и поезия, бил изненадан, че цял живот е говорил в проза без да знае това. Оказва се, че осъзнато използване на идеи от рефлексията и синергетиката повишава съществено ефективността на дидактическите изследвания и то не само в областта на математиката и информатиката, но и в дидактиките на нематематическите дисциплини. Създаденият от проф. Сава Гроздев математически модел е внедрен например в спорта. Той се използва по същество от доц. Цветана Добрева в дисертацията ѝ за научната степен „доктор на педагогическите науки“ по научната специалност 05.03.07. – методика на обучението по физкултура.“ (Ганчев, 2010, с. 26).

Създател на нова школа „Евристични подходи за откриване на нови факти в математиката“

В периода 2004–2015 г. проф. дпн Сава Гроздев е на работа в Института по математика и информатика на БАН, където постъпва след избора му от СНС на ВАК. Тук той активно разработва едно ново направление в педагогиката на математиката, което фокусира използването на информационни технологии в откриването на нови факти и твърдения в геометрията, включително от ученици и студенти. Идеята възниква в началото на 21. век, когато в с. Бели Осъм, Троянско, Гроздев забелязва своя бъдещ докторант Веселин Ненков. Съвместното сътрудничество между двамата ще бъде разгледано по-долу. Тук ще се спра на резултатите в споменатото направление, получени съвместно с доц. Деко Деков и професора от Япония Хироши Окумура, който е първият докторант на Сава Гроздев.

През 2014 г. в *New Scientist* се появи съобщение на Hal Hodson (*New Scientist, Volume 223, Issue 2984, 30 August 2014, Pages 19-20*), че супер компютри правят открития, каквито учените не могат. По-точно Hal Hodson пише, че суперкомпютър в Сан Хосе, щата Калифорния, успял за два часа да „прочете“ 100 хиляди страници изследователски доклади. Машината открила напълно нови биологични факти, скрити в данните, Компютърът се казва KnIT и той не прочел докладите като научен работник – това би отнело един живот време, а сканирал данните в търсене на информация за протеин, наречен p53 и вид ензими, известни като кинази, които могат да взаимодействат с него. Протеинът носи прозвището „пазач на генома“ и притежава способност да потиска туморните клетки в човешкото тяло. KnIT е съвместен проект на IBM и Колежа по медицина Бейлър в Хюстън, щата Тексас. Той „преровил“ научната литература в търсене на връзки, предполагащи неоткрити досега p53 кинази, които биха могли да доведат до създаване на нови противоракови лекарства. Анализирайки научни доклади, компютърът идентифицирал 7 от общо 9-те открити за период от десет години кинази. По-важното е, че машината е открила две кинази, непознати на науката. Първоначалните лабораторни тестове потвърждават откритията, въпреки че учените искат да повторят експеримента, за да бъдат напълно сигурни. Подобно нещо е направено, но вече във връзка с геометрични факти, в научното съобщение (Grozdev & Dekov, 2014) в списанието *The Mathematical Gazette*. Резултати на двамата автори от този характер изобилстват. Част от тях са публикувани в съвместните им работи от литературата в края на този доклад. Те са получени с авторската компютърна програма “Discoverer” <http://www.journal-1.eu/index.htm>, която на основата на изкуствен интелект открива нови теореми в Евклидовата геометрия. Чрез нея са селектирани общо около 200 забележителни точки, 75 от които са официално признати

и фигурират като открития в енциклопедията на Кимберлинг: С. Kimberling, *Encyclopedia of Triangle Centers – ETC*, <http://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html>

В тази енциклопедия на 8 януари 2017 г. е публикуван следният текст: “Sava Grozdev and his co-author found, by using a computer program, 23 circles (21 of them distinct, 18 of them unnamed until now) all passing through the Parry center X (111). These circles were verified algebraically...”.

Не е възможно да бъдат разгледани всички резултати на Гроздев и Деков с помощта на “Discoverer”. За подробности може да се ползва специализираното онлайн списание *International Journal of Computer Discovered Mathematics* <https://www.journal-1.eu/>, създадено от Гроздев, Деков и Окумура в помощ на споменатото по-горе ново направление в педагогиката на математиката. С подобна цел, но вече за получаване на нови математически факти в областта на тъй нар. японска математика, е и създаденото от тримата онлайн списание *Sangaku Journal of Mathematics* <http://www.sangaku-journal.eu/>.

Съвременното състояние на информационните технологии предлага богато разнообразие от средства, възможности и идеи за изследователска дейност, за развитие на науката, както и за усъвършенстване на извършващия научни изследвания. Съществуват условия за превръщане на компютъра в ефективно средство за правене на наука и мотивация за придобиване на нови знания. Информационните технологии са средство за значително повишаване на мотивацията за учене и увеличаване на познавателния интерес. Един от способите е чрез интерактивната и динамична компютърна програма Geometer’s Sketchpad, съкратено GSP. Програмата GSP позволява да се извършват най-разнообразни динамични построения, които стимулират изследователската дейност и водят до съдържателни резултати. Тя може да се прилага за откриване, изследване и анализ. GSP предоставя подходяща среда за представяне на математически идеи и модели на дейности за насърчаване на предположения и формулиране на хипотези. С нейна помощ изследователите имат възможност да проучват свойствата на различни конструкции и да откриват нови закономерности. Чрез нея се извършва не просто регистриране на отделни, разпокъсани факти, а в дълбочина се установява групиране на данни, което в редица случаи води до съдържателни заключения. Тя реализира процеса на възникване и развитие на идеите, защото осигурява не само умозрителни наблюдения, но позволява съзнателно изучаване чрез опити, формулиране на хипотези и тяхната проверка. Придобиването на математически знания е съпроводено с провеждане на експериментални изследвания. В основата са опитите, а анализът на резултатите води до изводи, които се свързват в хипотези. От своя страна хипотезите също се проверяват с опити. Ще споменем Рене

Декарт (1596–1650), който казва: „Колкото повече задълбочаваме в абстрактното, толкова се увеличава необходимостта от конкретни примери и експерименти.“ (Декарт, 1997). Описаната последователност следва да завърши с коректно математическо доказателство, което потвърждава или отхвърля съответната хипотеза. От педагогическа и методическа гледна точка е важно не само изучаването, усвояването и изследването на математическите факти, но и преживяването на тези факти, което подхранва въображението и засилва мотивацията.

Хрумването при решаване на задачи и откриването на нови факти се появява изведнъж и толкова неочаквано, че създава впечатление за тайнственост. Причината е, че прозрението е резултат на неосъзната дейност на мозъка. При това трудностите идват не само от недостатъчното познаване на процесите на мислене, но както отбелязва В. Н. Пушкин и от нерешените „редица принципни въпроси на цялата психология“ (Пушкин, 1967, с. 114). Оттук и склонността за обяснения чрез случайното като резултат на неизбежните състояния на безсъзнателност, в които човек несъмнено изпада. По този повод Алберт Айнщайн пише: „За мен не подлежи на съмнение това, че нашето мислене протича основно ... безсъзнателно.“ (Айнщайн, 1965, с. 133). Всъщност, един от първите, които признават съществуването на евристична безсъзнателна дейност, е Поанкаре, който разказва за себе си в доклада си „Математическото творчество“, изнесен пред Дружеството на психолозите в Париж и публикуван в (Поанкаре, 1990, с.140]: „Това, което удивлява, е вътрешното озарение като резултат на дълга неосъзната дейност; ролята на тази безсъзнателна дейност в математическите изобретения ми се струва несъмнена ... Често, когато работиш върху труден проблем, първоначално не ти се удава нищо добро, след това настъпва повече или по-малко дълъг период на почивка и отново се захващаш за работа. В течение на първия половин час отново няма придвижване, но после изведнъж необходимата идея ти идва в главата. Може би съзнателната дейност е станала по-плодотворна, защото е била прекъсната и почивката е върнала на ума силата и свежестта. По-вероятно е обаче да се предположи, че тази почивка е била запълнена с безсъзнателна работа и че в резултат на тази работа внезапно се е появило ... озарението ...“. Французинът Андре Фушэ допълва: „Интуицията идва по-късно, след първите успешни експерименти. Интуицията е резултат на успехите, а не е тяхна причина.“ Възможност за обяснение откриваме в синергетиката, в неосъзнатата способност на човек като сложна система да се саморегулира. По този повод В. Н. Пушкин казва: „... между психологията на мисленето и кибернетиката съществува двустранна връзка. Психологията на мисленето дава на кибернетиката описание на интелектуалната дейност, а кибернетиката – схема на саморегулация, която помага да се разбере

основната загадка на психологията на мисленето – безсъзнателната компонента на творческия процес“ (Пушкин, 1967, с. 159).

Резултатите на проф. дпн Сава Гроздев, получени с помощта на GSP, са включени в значителен брой публикации (около 100), част от които са посочени в литературата в края на този доклад. Те са в съавторство с неговия докторант проф. Веселин Ненков. Повечето са в Web of Science и Scopus. Между тях са монографиите (Гроздев & Ненков, 2012, а) и (Гроздев & Ненков, 2012, б). Детайли могат да се намерят в (Ненков, 2019).

Изобилието от възможности, с които разполага GSP за провокиране и извършване на учебни и изследователски дейности, се демонстрират ежегодно в инициативите и публикациите във връзка с Международния проект **МІТЕ** (**M**ethodology and **I**nformation **T**echnologies in **E**ducation). Научен ръководител на този проект от българска страна е проф. дпн Сава Гроздев. Трябва да отбележа, че GSP не е единственият софтуер, който се ползва в проекта. Много активно се прилагат и други програми, като GeoGebra. Основната задача на проекта МІТЕ се състои в създаване условия за изява и развитие на млади таланти (ученици и студенти) от България, Русия, Казахстан и Беларус. През последната година към семейството на МІТЕ се присъедини и Румъния. Инициативата за МІТЕ е отговор на стремежа за провокиране и стимулиране на проявяващите интерес към занимания с математика. Особеното е, че в проекта се включват и учители с разработки по методика на обучението в изследователска дейност. Участието в МІТЕ дава възможност за представяне на математически резултати на международно ниво. Финалният етап, който се нарича „Математика и проектиране“, се провежда ежегодно в Москва. Публикувани са множество резултати, на които не се спирам, съавтор в голяма част от които е Гроздев. Ще спомена само монографията (Сергеева, Шабанова & Гроздев, 2014).

Заклучение

През последните години осъзнатото използване на идеи от синергетиката и рефлексията в дидактиката постепенно се превърна едва ли не в задължителна норма и изискване. Това стимулира научните изследвания и редица колеги повишиха нивото на своите резултати, а някои от тях и се хабилитираха. Така в България се получи един внушителен дидактически екип по математика и информатика, в който за последните 15 години професорите по методика на обучението по математика и информатика се увеличиха с 23 (за съжаление шестима вече не са между живите). Както изтъква проф. И. Ганчев, а и аз ще потвърдя, че в тази връзка е особено приятно да споменем специално един от тях в активна възраст – Асен Рахнев, който стана първият професор в България

по дидактика на информатиката и информационните технологии. В този период беше създаден сериозен кадрови потенциал, с какъвто могат да се похвалят малко страни в света. И тук се откроява ролята на проф. дпн Сава Гроздев не само като основоположник на синергетичния подход в методиката на обучението по математика и информатика, не само като създател на школата по евристични похвати за откриване на нови факти и твърдения в математиката, но също ролята му по отношение на примера, който той даде в съдържателен научен план, както и по формални административни причини. Защото като член на СНС по педагогика при ВАК, а след това и като председател на СНС по Теория и методология на преподаването и обучението по естествени науки и математика, проф. Гроздев защити всички тези 23 нови професори, а на 16 от тях беше и официален рецензент. Няма да се спирам на внушителната бройка подкрепени хабилитации за доцент и защитени докторски дисертации, включително 5 броя „доктор на науките“. Тук пак ще цитирам проф. Ганчев „Подпомагането в съдържателно отношение, а не с ходатайство, ме навежда на мисълта, че идеята на известния съветски психолог Л. С. Виготски (1896–1934) за ролята на работата с помощ (в зоната на близкото развитие) важи за всички възрасти, а не само при децата, както обикновено негласно се приема“ (Ганчев, 2010, с. 27).

Не мога да не спомена и внушителната бройка от 31 докторанти на проф. Гроздев, 22 от които са вече със защитени дисертации. Петима от защитилите са чужденци – двама от Япония, двама от Северна Македония и един от Германия. Между защитилите са и 10 учители по математика и/или информатика и информационни технологии, които под научното ръководство на С. Гроздев и колеги от Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“ разработиха методики за обучение на незрящи, на роми и др. Няма друго направление в България с толкова много учители, които са доктори. За всичко това дължим благодарност от сърце на юбиляра! Неговата роля за развитието на дидактиката на математиката в България и утвърждаването ѝ като научна област се увеличава многократно от обстоятелството, че проф. Гроздев владее отлично английски, френски и руски език. Това му позволява да осъществява широки научни контакти с колеги дидактици от различни страни: Франция, САЩ, Русия, Япония, Гърция, Кипър, Казахстан, Грузия и др. По този начин чрез него или с неговата активна помощ българската дидактика на математиката все поубедително се представя пред света от една страна и ползва световния опит от друга. Тук следва да отбележа и ролята на издаваното от Министерството на образованието и науката научно педагогическо списание „Математика и информатика“, главен редактор на което в продължение на 10 години (2011–2020 г.) е проф. дпн Сава Гроздев. Ръководената от него редколегия с участието на изтъкнати специалисти от страната и чужбина, включително и български учители, успя да повиши

научното ниво на списанието, да издигне имиджа му, за да можем днес да се похвалим, че сп. „Математика и информатика“ се реферира и индексира в световни бази данни, между които и Web of Science. Това е не само признание за родната методика на обучението по математика и информатика, но и изключително благоприятна възможност за младите изследователи от България да повишават рейтинга си чрез публикации в списанието и да представят българската наука пред света.

Научната, преподавателската и организационната дейност на проф. дпн Сава Гроздев е огромна: над 400 научни статии, повече от 30 монографии, книги, учебници и учебни помагала, научно-изследователски проекти, лекционни курсове, над 500 цитирания, около 100 рецензии и становища в научни журита, активна редакторска дейност, участия в редколегии на български и чуждестранни списания, главен редактор на 4 научни списания, множество участия и ръководства на програмни и организационни комитети у нас и в чужбина, участия и председателство на национални комисии към Министерството на образованието и науката, участия в научни и експертни съвети, членство в сдружения и фондации. Проф. Сава Гроздев е председател на Асоциацията за развитие на образованието, представител е на България в Европейската асоциация „Кенгуру без граници“, която ежегодно провежда най-масовото международно математическо състезание „Европейско кенгуру“, член е на Комитета за олимпиади на MASSEE (Математическа асоциация на страните от Югоизточна Европа), ръководител е на школата по математика към Фондация „М. Балкански“ и т.н., и т.н.

Огромната дейност на академик Сава Гроздев е оценена по достойнство. Ще спомена само, че е носител на орден „Св. Св. Кирил и Методий – I степен“ (2007 г.), на наградата „Питагор“ на българското Министерство на образованието и науката за високи научни постижения в обществените и хуманитарните науки (2013 г.) и на френския държавен орден “Palme Académiques-Chevalier” (2017 г.), който е третото по ранг държавно отличие на Франция.

В заключението на пленарния доклад през 2010 г. проф. И. Ганчев посочва: „искам да подчертая, че с цялостната си дейност проф. Сава Гроздев се извява като забележителен новатор и генератор на идеи. При това той дълбоко уважава традициите и се позовава на тях. Именно затова си позволих на места да изтъкна мои постижения и резултати, за да стане още по-ясна връзката между миналото, настоящето и бъдещето. Чувствам се спокоен. Предавам щафетата в едни здрави и работливи ръце, които се управляват от една умна глава“ (Ганчев, 2010, с. 28).

Сега и аз, на свой ред, да отбележа, че ние всички сме ученици на проф. дпн Иван Ганчев, че се стремим да продължим и разширим неговото

дело и, под умелото ръководство на настоящия доайен – проф. дпн Сава Гроздев, да достигнем нови върхове в любимата ни наука „Дидактика на обучението по математика“. А на нашия юбиляр да пожелаем крепко сибирско здраве, кавказско дълголетие, истинско човешко щастие! На многая и благая лета, достопочитаеми проф. Сава Гроздев! На многая лета, Приятелю!

Литература

- [1] Ганчев, И., Сава Гроздев – математик и педагог, учен-новатор в духа на традициите. В: *„Синергетика и рефлексия в обучението по математика“*, Доклади на юбилейната международна конференция, посветена на 60 г. на проф. Сава Гроздев, Бачиново, 10-12 септември, 2010, с. 7–29, ISBN 978-954-423-621-2.
- [2] Гроздев, С., И. Димовски, Бернулиево операционно смятане, *Математика и математическо образование*, София, 1980, с. 30 – 36.
- [3] Георгиева, М., С. Гроздев, *Морфодинамиката за развитието на ноосферния интелект. (Нова динамична модификация (NDM–парадигма) в границите на „Аз-концепцията“ на математическото моделиране)*, 5-то преработено изд., София: „Изток-Запад“, 2017, 326 с., ISBN 978-619-152-869-1.
- [4] Князева, Е., С. Гроздев, М. Георгиева, Д. Гълъбова, *Синергетичният подход във висшето педагогическо образование (Върху примери от дидактиката на математиката)*, В. Търново: СЛОВО, 2013, 215 стр. + 4 приложения, ISBN 978-954-439-986-3.
- [5] Бойкина, Д., Е. Тодорова, Рефлексивния подход при обучението по математика. В: *„Синергетика и рефлексия в обучението по математика“*, Доклади на юбилейната международна научна конференция, посветена на 70 г. на проф. Сава Гроздев, 16-18 октомври, 2020, Пампорово, България.
- [6] Гроздев, С., Д. Деков, Компютърно генерирана математика: разработване на тема от Евклидовата геометрия, *Математика и информатика*, 2014, т. 57, 1, с. 34–42, ISSN 1310-2230.
- [7] Гроздев, С., Д. Деков, Компютърно генерирана математика: произведения на Коснита в Евклидовата геометрия, *Математика и информатика*, 2014, т. 57, 4, с. 355–363, ISSN 1310-2230.
- [8] Гроздев, С., Д. Деков, Машинен подход към Евклидовата геометрия: Триъгълници на Ойлер, Произведения на Ойлер и Трансформации на Ойлер, *Математика и информатика*, 2014, т. 57, 5, с. 519–528, ISSN 1310-2230.

- [9] Гроздев, С., Д. Деков, Компютърно генерирана математика: бележка за триъгълника на Хаимов, *Математика и информатика*, 2014, т. 57, б, с. 559–567, ISSN 1310-2230.
- [10] Декарт, Р., За метода. София: „Лик”, 1997, 152 с.
- [11] Пушкин, В. Н., *Эвристика – наука о творческом мышлении*. Москва: Политиздат, 1967, 272 с.
- [12] Эйнщайн, А., *Физика и реальност*. Москва: Наука, 1965, 360 с.
- [13] Пуанкаре, А., *О Науке*. Москва: Наука, 1990, 736 с., ISBN 5-02-014328-6.
- [14] Гроздев, С., В. Ненков, Два приложения принципа дуальности. *Информатизация образования–2014, Материалы международной научно-практической конференции, Волгоград, 23-26 апреля 2014 г.*, 268–271, Волгоград: ВГСПУ “Перемена”, ISBN 978-5-9935-0324-0.
- [15] Гроздев, С., В. Ненков, Една зависимост, породена от конични сечения. *Математика и математическо образование*, 2008, 37, с. 312–319.
- [16] Гроздев, С., В. Ненков, Ветрила от окръжности във вписани многоъгълници, *Математика и информатика*, 2017, 2, с. 181-201, ISSN 1310-2230.
- [17] Гроздев, С., В. Ненков, Доказательства и уточнения на експериментално получените твърдения чрез принципа за дуалност, *Математика и информатика*, 2017, 5, с. 481–500, ISSN 1310-2230.
- [18] Гроздев, С., В. Ненков, *Задачите на Ру, 9-10 клас. „Европейско кенгуру“, 2008-2014 г. Задачи с решения и допълнителни материали*. София: Архимед 2, 2014, ISBN 978-954-779-186-2.
- [19] Гроздев, С., В. Ненков, *Задачите на Ру, 11-12 клас. „Европейско кенгуру“, 2008-2014 г. Задачи с решения и допълнителни материали*. София: Архимед 2, 2015, ISBN 978-954-779-187-9.
- [20] Гроздев, С., В. Ненков, *Европейско кенгуру. Методически решения*. София: Архимед 2, 2016, ISBN 978-954-779-195-4.
- [21] Гроздев, С., В. Ненков, Криви от втора степен и триъгълници, породени от секущи и изогоналност, *Математика плюс*, 2018, 1, с. 42–64, ISSN 0861-8321.
- [22] Гроздев, С., В. Ненков, Конични сечения с колинеарни центрове. *Математика и математическо образование*, 2015, 44, 291–298.
- [23] Гроздев, С., В. Ненков, Латински квадрати. *Математика плюс*, 2015, 4, с. 43–49, ISSN 0861-8321.
- [24] Гроздев, С., В. Ненков, Множества от точки, породени от двойки равнобедрени триъгълници със специално разположение на основите, *Математика и информатика*, 2018, 4, 378–395, ISSN 1310-2230.

- [25] Гроздев, С., В. Ненков, Няколко задачи за окръжности, допиращи се до конични сечения, *Математика и информатика*, 2017, 3, 262–273, ISSN 1310-2230.
- [26] Гроздев, С., В. Ненков, Няколко конструкции, породени от принципа за дуалност, *Математика и информатика*, 2017, 4, 391–400, ISSN 1310-2230.
- [27] Гроздев, С., В. Ненков, *Около ортоцентъра в равнината и пространството*. София: Архимед 2000, (2012, а), ISBN 978-954-779-145-9.
- [28] Гроздев, С., В. Ненков, Обобщения некоторых классических теорем геометрии треугольника. *Теоретические и прикладные аспекты математики, информатики и образования. Сборник материалов международной научной конференции*. Архангельск, САФУ, 2014, сс. 35-54, ISBN 978-5-261-00990-0.
- [29] Гроздев, С., В. Ненков, Преброяване на реалните нули на полиноми по метода на Щурм, *Математика плюс*, 2018, 1, 65–77, ISSN 0861-8321.
- [30] Гроздев, С., В. Ненков, Равнолицеви триъгълници, породени от конични сечения. *Математика плюс*, 2007, 4, 73–79, ISSN 0861-8321.
- [31] Гроздев, С., В. Ненков, *Три забележителни точки върху медианите на триъгълника*, София: Архимед 2000, (2012, б), ISBN 978-954-779-136-7.
- [32] Гроздев, С., В. Ненков, Формиране на знания върху кривите от втора степен, *Математика и информатика*, 2014, 5, 529–540, ISSN 1310-2230.
- [33] Гроздев, С., В. Ненков, Една крива от втора степен за две точки на Чева. *Математика и математическо образование*, 2009, 38, 245–248, ISSN 1310-2230.
- [34] Ненков, В., *Повишаване на математически компетенции с динамична геометрия*, София: Архимед, 2019.
- [35] Сергеева Т., М. Шабанова, С. Гроздев, *Основы динамической геометрии*. Москва: АСОУ, 2014, 160 с., ISBN 978-5-91543-140-8.
- [36] Grozdev, S., A convolutional approach to initial value problems for equations with right invertible operators, *Compt. R. Acad. Sci. Bulg.*, 1980, 33, 1, pp. 35–38.
- [37] Dimovski, I., *Convolutional Calculus*. Sofia : BAS, 1982.
- [38] Grozdev, S., Euler operational calculus, *Proc. 10th Spring Conf. UBM*, Sofia, 1981, pp. 125–131.
- [39] Kurjakin, V., *Operational Calculus, New Foreign Books, A Series: Mathematics, Mechanics, Astronomy, Physics, Geophysics, Chemistry, Geology*. Moscow: Mir, 1984, pp. 23–25 (In Russian).

- [40] Grozdev, S., N. Sirakov, Combinatorial approach to plane figure modelling, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 1993, 3, pp. 36–44.
- [41] Grozdev, S., On cube duplication, *Mathematics and Mathematical Education*, Sofia: UBM, 1991, pp. 104–113, (in Bulgarian)
- [42] Grozdev, S., 2000 years with circle squaring, *Mathematics Plus*, 1996, 3–4, pp. 51–56, ISSN 0861-8321, (In Bulgarian).
- [43] Grozdev, S., Modelling and control of outstanding students’ possibilities in problem solving, *Pedagogy*, 2003, 1, pp. 58–74, (In Bulgarian).
- [44] Grozdev, S., I. Derzhanski, E. Sendova, For those who think that Mathematics is “dry”, *Diary*, 2001, 238, (In Bulgarian).
- [45] Grozdev, S., I. Derzhanski, E. Sendova, For those who think that Mathematics is “dry”, *Gazette des mathematicallyens*”, 2005, pp. 57–64, (in French).
- [46] Volterra, V., *Lecons sur la Theorie Mathematiques de la Lute pour la Vie*. Paris : Gauthier–Villars et C^{ie}, 1931, (In French).
- [47] Piryov, G., *Problems of Cognitive Psychology*. Sofia: BAS, 2000, (In Bulgarian).
- [48] Grozdev, S., *For High Achievements in Mathematics. The Bulgarian Experience (Theory and Practice)*. Sofia: ADE, 2007, pp. 1–295.
- [49] Kapitza, S., S. Kurdiunov, G. Malinetski, *Synergetics and Prognostics of Future*. Moscow: URSS, 2001, (In Russian)
- [50] Grozdev, S., Mathematical modelling of educational process. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2002, 1, pp. 85–90.
- [51] Grozdev, S., Synergetics of Learning. *Pedagogy*, 2002, 7, pp. 3–23. (In Bulgarian)
- [52] Georgieva, M., S. Grozdev, *Morphodynamics in the development of the noospheric intellect*. Beau Bassin: LAMBERT Academic Publishing, 2017, ISBN 978-3-659-53922-0.
- [53] Grozdev, S., D. Dekov, Computer-generated mathematics: points on the Kiepert hyperbola, *The Mathematical Gazette*, 2014, note 98.33, 37–38.
- [54] Grozdev, S., D. Dekov, Computer-Discovered Mathematics: Anticevian Corner Products, Mathproblems, *Universiteti i Prishtinës, Prishtinë, Kosovë*, 2014, Volume 4, Issue 4, pp. 358–361, ISSN 2217-446X.
- [55] Grozdev, S., D. Dekov, The Computer Improves the Steiner’s Construction of the Malfatti Circles, *Mathematics and Informatics*, 2015, t. 58, 1, 40–51, ISSN 1310-2230.
- [56] Grozdev, S., D. Dekov, Computer Discovered Mathematics: Lalesco Products, *Mathematics and Informatics*, 2015, 58, 2, 143–148, ISSN 1310-2230).

- [57] Grozdev, S., D. Dekov, Computer Discovered Mathematics: Cevian Corner Products, *Mathematics and Informatics*, 2015, 58, 4, 426–436, ISSN 1310-2230).
- [58] Grozdev, S., D. Dekov, Computer Discovered Mathematics: Antipedal Corner Products, *Mathematics and Informatics*, 2015, 58, 5, 513–519, ISSN 1310-2230.
- [59] Grozdev, S., D. Dekov, Computer Discovered Mathematics: Pedal Corner Products, *Mathematics and Informatics*, 2015, 58, 6, 609–615, ISSN 1310-2230.
- [60] Grozdev, S., V. Nenkov, An Exemplary Instrumentarium for Education and Self-Education, *International Conference on Mathematics Education, 3-5 June 2005, Svishrov-Bulgaria. Proceedings*, Sofia, 2005, 91–99, ISBN 954-8880-21-0.
- [61] Grozdev, S., V. Nenkov, Design of Information-educational Environment for the Establishment of New Facts in Mathematics, *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 2014, volume 128, (22 April 2014), International Conference: Education and Psychology Challenges – Teachers for the Knowledge Society – 2nd Edition EPC – TKS 2013, 211–216, ISSN 1877-0428.
- [62] Grozdev, S., V. Nenkov, Gaining new knowledge by computer experiments, *Journal of Educational Sciences & Psychology*, 2017, vol. VII (LXIX), No 1B. Special Issue 316 – International Conference Education and Psychology Challenges – Teachers for the knowledge society – 4th edition, May, 122–125, ISSN 2247-6377.
- [63] Grozdev, S., V. Nenkov, Inductive Derivation of Formulae by a Computer, *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 2014, volume 128, (22 April 2014), International Conference: Education and Psychology Challenges – Teachers for the Knowledge Society – 2nd Edition EPC – TKS 2013, 399–405, ISSN 1877-0428.

**SAVA GROZDEV – MATHEMATICIAN AND PEDAGOGUE,
FOUNDER OF THE SYNERGETIC APPROACH
IN METHODICS AND ORIGINATOR OF A NEW SCHOOL
“HEURISTIC KNOW-HOW TO UNCOVER
NEW FACTS IN MATHEMATICS”**

Prof. Vasil Milushev, Doctor of Sciences

*Faculty of Mathematics and Informatic, PU “Paisii Hilendarski”,
236, Bulgaria Blvd., Plovdiv, Bulgaria , e-mail: milushev_vassil@abv.bg*

Abstract. Sava Grozdev is one of the most outstanding Bulgarian researchers and lecturers in the field of Mathematics, Mechanics, Didactics and Methodics in Teaching Mathematics and Informatics. He is Professor, PhD in Mathematics, Doctor Habil of Pedagogical Sciences, Doctor Honoris Causa of several universities, including Plovdiv University “Paisii Hilendarski”, Academician of several academies, including IHEAS – the International Higher Education Academy of Sciences, remarkable organiser and public person, beloved lecturer and disseminator of mathematical knowledge, active generator of ideas and innovator with an emphasised intuition for beneficial theoretical scientific and practical educational initiatives and technologies. The present report is a natural complement and extension of a paper by Prof. DSc Ivan Ganchev, presented at the hero 60th anniversary celebration (Ганчев, 2010). It contains main biographical details and scientific contributions of Sava Grozdev. It is dedicated to his 70th anniversary.