ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ „ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ”
КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА 2013 г.
5.06.2013 г.
ТЕМА 1

Част I. Зачертайте с X буквата на единствения верен и пълен отговор на задачите от 1 до 12. Еднократна поправка се допуска само чрез . За всеки верен отговор се получава 1 точка, в останалите случаи – 0 точки.

1. Стойността на израза **3.7 – 8.6 – 8:2** е:
А) 31 ; Б) 74 ; В) 1 ; Г) –31.

2. Изразът $(\mathbf{3x^3 . x^{-4}})^{-2}$, където $\boldsymbol{x \neq 0}$, е равен на:
А) $9x^4$; Б) $\frac{1}{9}x^2$; В) $9x^2$; Г) $\frac{1}{9}x^{-4}$.

3. Корените на уравнението $x^2 - |x| = 6$ са:
А) –3 и 3; Б) -2 и 3; В) -3 и 2; Г) -3; -2; 2 и 3.

4. Стойностите на x, за които е дефиниран изразът $\log_{1+x}(4 - x^2)$, са:
А) $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$; Б) $x \in (-1; 0) \cup (0; +\infty)$;
В) $x \in (-1; 0) \cup (0; 2)$; Г). $x \in (-2; 2)$.

5. Корените на кое от посочените уравнения са с **различни** знаци:
А) $x^2 + 9 = 0$; Б) $x^2 - 4x + 3 = 0$; В) $-2x^2 - 5x + 3 = 0$; Г) $-2x^2 + 5x - 2 = 0$?

6. Решенията на неравенството $\sqrt{x+1} + \sqrt{3x-5} \geq \sqrt{5-3x}$ са:
А) $x \in \left[-1; \frac{5}{3}\right]$; Б) $x = \frac{5}{3}$; В) $x \in \varnothing$; Г) $x \in [-1; +\infty)$.

7. Всички стойности на параметъра a, за които уравнението $|x+2| = a - 1$ **има** решение, са:
А) $a \geq 1$; Б) $a < -2$; В) $a < -1$; Г) $-1 < a < 1$.

8. Ако $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$, $\sin\beta = \frac{12}{13}$, $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$, то $\cos(\alpha - \beta)$ е равен на:
А) $\frac{63}{65}$; Б) $-\frac{63}{65}$; В) $-\frac{33}{65}$; Г) $\frac{33}{13}$.

9. Всичките решения на системата
$$\left| \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = 2 \end{array} \right.$$
са:
А) (1;2) и (-1;-2); Б) (2;1) и (-2;-1);
В) (1;2) и (2;1); Г) (1;2), (2;1), (-1;-2), (-2;-1).

10. Числата $a=5$, $b=12$ и c могат да бъдат дължини на страни на **остроъгълен** триъгълник, ако:

А) $c=11$; Б) $c=15$; В) $c=13$; Г) $c=7$

11. За триъгълник ABC е дадено: $\angle C=90^0$, точка P лежи на катета BC така, че $\angle BAP=30^0$, $PM \perp AB$, $M\in AB$. Големината на $\angle ACM$ е:

А) 30^0; Б) 50^0; В) 45^0; Г) 60^0

12. Съществува ли триъгълник със страни 13 см, 14 см, 15 см и радиус на вписаната окръжност, равен на 4 см ?

А) не може да се определи; Б) съществува; В) не съществува; Г) въпросът е некоректен.

Част II. Отговорите на задачи 13 – 17 попълнете в съответните празни рамки. За всеки верен и пълен отговор получавате по 2 точки.

13. Корените на уравнението $9^x-4.3^x+3=0$ са:

14. Броят на членовете на крайна аритметична прогресия, за която $a_2 = 3$, $a_8 = 15$ и $S_n = 64$, е:

15. Ако най-малката стойност на функцията $f(x)=2x^2+(2a-5)x+3a$ се получава при $x=\dfrac{1}{4}$, то тази най-малка стойност е:

16. Даден е правоъгълен триъгълник ABC с хипотенуза AB = 16 cm. Ако L е пресечната точка на ъглополовящите AA_1 и BB_1, то радиусът на описаната окръжност около ΔALB е:

17. Едната основа на равнобедрен трапец, в който може да се впише окръжност, има дължина 9 cm, а радиусът на вписаната окръжност е 3 cm. Лицето на трапеца е:

***Част III. Разпишете подробно и обосновано решенията на задачи* 18 – 20. *Максималният брой точки за всяка задача е* 6.**

18. Да се реши уравнението $\sqrt{12+x-x^2}\,.\log_2(5-3x-x^2)=0$ в множеството на реалните числа.

19. Да се намерят всички стойности на параметъра a, за които уравнението $16x^2+(2a-24)x+1=0$ има два различни положителни корена.

20. Даден е трапец $ABCD$, в който диагоналите AC и BD се пресичат в точка O. Ако отношението на основите е $AB : CD = a : b$ (където a и b са реални положителни числа), да се намери отношението на лицето на трапеца и лицето на триъгълника AOB.

Пожелаваме Ви успешно представяне!