

ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ „ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ”
КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА – 28 ЮНИ 2022 г.

Вариант 1

Част I. Зачертайте с X буквата на единствения верен и пълен отговор на задачите от 1 до 12. Еднократна поправка се допуска само чрез X. За всеки верен отговор се получава 1 точка, в останалите случаи – 0 точки.

1. Ако числото $\overline{3827a}$ се дели на 9, то цифрата a е:
А) 3 Б) 7 В) 2 Г) 9.
2. След като се преобразува израза $\frac{2}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ се получава:
А) 3 Б) 1 В) $\sqrt{3}+1$ Г) друг отговор.
3. Ако x_1 и x_2 са корени на уравнението $x^2 - 3x - 5 = 0$, то стойността на израза $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1 - 3x_2$ е:
А) 28 Б) 10 В) -10 Г) -28.
4. Реалните корени на уравнението $\sqrt{x+5} + x = 7$ са:
А) 4 и 11 Б) 4 В) 11 Г) -4 и -11.
5. Произведението на най-малката и най-голямата стойност на функцията $f(x) = 5 - 2\sin x$ е:
А) 10 Б) 7 В) 3 Г) 21.
6. Пресечната точка на графиката на функцията $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$ с ординатната ос има координати:
А) $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$ Б) (1,0) В) (0,-1) Г) (1,2).
7. Сумата на първите n члена на аритметична прогресия е $S_n = 2n^2 - n$. Третия член на тази прогресия е равен на:
А) 18 Б) 10 В) 9 Г) не може да се определи.
8. Ако $\sin \alpha = \frac{15}{17}$ и $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$, то стойността на $\cos \frac{\alpha}{2}$ е:
А) $\frac{5}{\sqrt{34}}$ Б) $\frac{3}{\sqrt{34}}$ В) $\frac{8}{17}$ Г) $-\frac{8}{17}$.
9. Вероятност на събитие може да бъде числото:
А) $\log_{1/2} 3$ Б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ В) $\cos 100^\circ$ Г) $\sin \frac{\pi}{7}$.
10. Разстоянието от медицентъра на триъгълник до една от страните му е 6 и тази страна е 15. Лицето на триъгълника е:
А) 135 Б) 90 В) 270 Г) 180.

11. Даден е $\triangle ABC$ с ъгли 30° и 45° съответно при върховете A и B . Точка M е от страната AB ($M \in AB$) и радиуса на описаната около $\triangle AMC$ е $2\sqrt{2}$. Радиуса на описаната около $\triangle BMC$ е:

- А) 1 Б) 2 В) $\sqrt{2}$ Г) $2\sqrt{2}$.

12. Даден е $\triangle ABC$ с ъглополовяща AL ($L \in BC$) и $BL = 5$, и $CL = 4$. Ако $AL = 10$, то страните AB и AC са равни на:

- А) 5 и 4 Б) $5\sqrt{6}$ и $4\sqrt{6}$ В) $2\sqrt{5}$ и $\sqrt{5}$ Г) 12 и 8.

Част II. Отговорите на задачи 13 – 17 попълнете в съответните празни рамки. За всеки верен и пълен отговор получавате по 2 точки.

13. Ако графиката на функцията $f(x) = ax^2 + bx + 4$ е парабола с връх $(-1, 2)$, то a и b са равни на:

14. Решенията на уравнението $\log_6(x-1) + \log_6(5x+3) = 2$ са:

15. Броят на целите числа, които са решение на системата

$$\begin{cases} |x-3| < 2 \\ 2^{\log_2 x + \log_2 3} > 6 \end{cases} \text{ е:}$$

16. Триъгълник с лице $14\sqrt{3} \text{ cm}^2$ има страни $a = 7 \text{ cm}$ и $b = 8 \text{ cm}$. Ако страната c е най-голяма, то тя е:

17. Даден е $\triangle ABC$ с $\sphericalangle ABC = 45^\circ$ и лице равно на 48 квадратни мерни единици. Точките M и N лежат съответно върху страните AB и BC и са такива, че $AM : MB = 3 : 5$ и $BN : NC = 1 : 2$. Произведението от дължините на отсечките BM и BN е равно на:

Част III. Разпишете подробно и обосновано решенията на задачи 18 – 20. Максималният брой точки за всяка задача е 6.

18. Да се решат уравнението $x^2 + 3 + x = \frac{15}{x^2 + x + 1}$ и неравенството

$\log_{1/2}(z^2 + 4z + 3) < a - 1$, където a е произведението от корените на уравнението.

19. Четири числа образуват геометрична прогресия. Ако от първото извадим 11, от второто 1, от третото 3 и от четвъртото 9, ще получим последователни членове на аритметична прогресия. Намерете числата.

20. Тъпоъгълният $\triangle ABC$ е вписан в окръжност с център т. O и радиус $R = \frac{7\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$.

Разстоянието от O до най-голямата страна AC е $\frac{7\sqrt{3}}{6} \text{ cm}$. Страната AB е с

2 cm по-дълга от BC . Намерете страните на триъгълника, лицето му и радиуса на вписаната в него окръжност.

Пожелаваме Ви успешно представяне!