

ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ „ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ”
КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА – 27 ЮНИ 2023 Г.

Вариант 1

Част I. Зачертайте с X буквата на единствения верен и пълен отговор на задачите от 1 до 12. Еднократна поправка се допуска само чрез X. За всеки верен отговор се получава 1 точка, в останалите случаи – 0 точки.

1. Числата $a = 3 - 2\sqrt{2}$ и $b = 3 + 2\sqrt{2}$ са:
А) рационални Б) отрицателни В) реципрочни Г) противоположни.
2. Ако $x = \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{4}$ и $y = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$, то:
А) $x > y$ Б) $x < y$ В) $x = y$ Г) не могат да се сравнят.
3. Броят на реалните корени на уравнението $(x^2 - 4)\sqrt{x+1} = 0$ е:
А) 3 Б) 0 В) 2 Г) 1.
4. Решенията на неравенството $|x^2 - x - 1| < 5$ са:
А) $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$ Б) $(-\infty, -2)$ В) $(3, +\infty)$ Г) $(-2, 3)$.
5. Произведението на най-малката и най-голямата стойност на функцията $f(x) = 5 - 2\sin^2 x$ е:
А) 15 Б) 5 В) 3 Г) 21.
6. Върху картончета са изписани цифрите 1, 3, 5 и 6. Вероятността при случайна подредба на картончетата да се получи четирицифрено число, което се дели на 3 е:
А) 1 Б) $\frac{1}{2}$ В) 0 Г) $\frac{1}{3}$.
7. Сумата на първите единадесет члена на аритметична прогресия, с шести член равен на 8, е:
А) 80 Б) 88 В) 96 Г) не може да се намери.
8. Стойността на израза $\sin 13^\circ \cos 17^\circ - \sin 77^\circ \cos 107^\circ$ е:
А) $\frac{1}{2}$ Б) $\sin 4^\circ$ В) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Г) $\cos 4^\circ$.
9. В равнобедрен трапец $ABCD$ с по-голяма основа $AB = 5\text{ cm}$ е вписана окръжност с радиус 2 cm . Лицето на трапеца е:
А) 20 cm^2 Б) 40 cm^2 В) $44,5\text{ cm}^2$ Г) друг отговор.
10. Даден е $\triangle ABC$, $BC = 8$, $\sphericalangle BAC = \alpha$ и $\sphericalangle ABC = 2\alpha$. Страната AC има дължина:
А) $16\cos \alpha$ Б) $16\sin \alpha$ В) $8\cos \alpha$ Г) $8\sin \alpha$.

11. Даден е правоъгълен триъгълник с радиус на вписана в него окръжност 3 cm и радиус на описана окръжност $12,5\text{ cm}$. Катетите на триъгълника са равни на:

- А) 7 и 24 Б) $5\sqrt{5}$ и $10\sqrt{5}$ В) 5 и 26 Г) $10\sqrt{6}$ и 5.

12. В $\triangle ABC$ със страна $AB = 20\text{ cm}$ и височина към нея 12 cm е вписан квадрат $MNPQ$, като M и $N \in AB$, $P \in BC$ и $Q \in AC$. Страната на квадрата е равна на:

- А) 10 cm Б) $7,5\text{ cm}$ В) $8,5\text{ cm}$ Г) 8 cm .

Част II. Отговорите на задачи 13 – 17 попълнете в съответните празни рамки. За всеки верен и пълен отговор получавате по 2 точки.

13. Решенията на уравнението $\sqrt{2x^2 - 3x - 2} + 2 = x$ са:

14. Решенията на неравенството $27\left(\frac{1}{3}\right)^{3x} \leq \left(\frac{1}{9}\right)^{-4x}$ са:

15. Сумата на първите n члена на геометрична прогресия е

$S_n = 2^n - 1$. Първият член и частното на прогресията са:

16. Равнобедрен триъгълник е със страни 6 cm и 3 cm .

Радиусът на вписаната в триъгълника окръжност е:

17. Страните на успоредник са $a = 4$ и $b = 3$, а острия ъгъл между диагоналите му има мярка 45° . Лицето на успоредника е:

Част III. Разпишете подробно и обосновано решенията на задачи 18 – 20. Максималният брой точки за всяка задача е 6.

18. Решете неравенството $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(3x - 2)) < 0$. Намерете решенията на

уравнението $6^y - 9 \cdot 2^y - 2 \cdot 3^y + 18 = 0$, които са решения и на неравенството.

19. Да се намерят стойностите на реалния параметър k , за които корените на уравнението $(k - 2)x^2 - (k + 1)x + 8 - k = 0$ са положителни.

20. Даден е равнобедрен $\triangle ABC$ с бедра $AC = BC = 7\text{ cm}$. Точка M от AB е такава, че $CM = 5\text{ cm}$ и $\cos(\angle AMC) = \frac{1}{5}$.

а) Намерете страната AB и лицето на $\triangle ABC$;

б) Ако точка P дели BC в отношение $1:3$ считано от върха C , намерете лицето на четириъгълника $AMPC$.

Пожелаваме Ви успешно представяне!