Тестване хипотези относно популационна пропорция

$\hat{p}$ p

Пропорцията е частно или процент, който показва каква част от популацията или от извадката притежава определена характеристика.

- **Предположения**
  - Извадка с обем **n** е направена от алтернативна популация: всеки елемент или притежава или не притежава дадена характеристика
  - $n\hat{p}(1-\hat{p}) \geq 10$ където $\hat{p} = \dfrac{x}{n}$

x =броя на индивидите от извадката, които притежават характеристиката

Нека $$\sigma^2 = n\hat{p}(1-\hat{p}) \geq 10$$

$$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$$

Стандартно нормално разпределение

Твърдението е по отношение на популационната пропорция

$H_0: p = p_0$

$H_1: p \neq p_0$

Двустранен тест

$H_0: p \geq p_0$ $H_1: p < p_0$

Лявостранен тест

$H_0: p \leq p_0$ $H_1: p > p_0$

Дясностранен тест

статистика →

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}} \in N(0,1)$$

Тестване на хипотези

Критична област

р-стойност

Пример

Критична област

В миналото, 15% от получателите на определен вид писмо с молба за помощ са отговаряли с дарение. Асоциация "Помогни на детето" е подготвила за изпращане ново писмо, което счита, че би довело до увеличение на даренията. За целта, писмото е изпратено до случайно избрани 200 човека и 45 от тях правят дарение. При ниво на значимост 0,05 може ли да се заключи, че новото писмо е по-ефективно?

$$\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{45}{200} = 0{,}225$$

$$n\hat{p}(1-\hat{p}) = 200(0{,}225)(0{,}775) = 34 \geq 10$$

Решение

1. Нулева и алтернативна хипотеза

H_0: $p \leq 0,15$

H_1: $p > 0,15$

2. Ниво на значимост

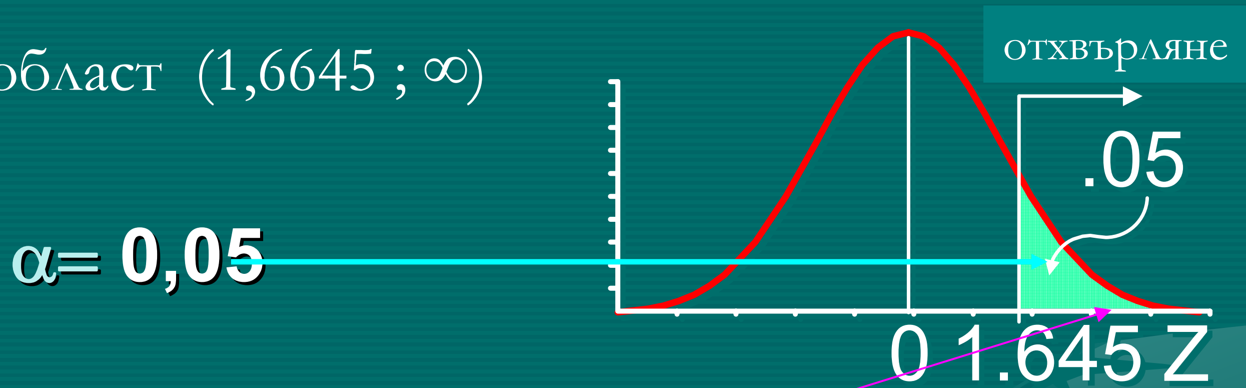
$\alpha = 0,05$

3. Статистика и извадково разпределение

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_o(1 - p_0)}{n}}} = \frac{0,225 - 0,15}{\sqrt{\frac{0,15(1 - 0,15)}{200}}} = 2,97$$

4. Критична област

Критична област $(1{,}6645\ ;\ \infty)$



5. Извод

$z = 2{,}97$ е в критичната област, затова отхвърляме H_0

6. Интерпретация

Повече от 15% даряват.Новото писмо е по-ефективно.

Пример p-стойност

Списание публикува, че 90% от домакинствата купуват елха за Коледа. За да се провери твърдението се прави случайна извадка от 500 домакинства, на които се задава въпроса “Имахте ли елха миналата година?” 461 от тях отговорили “да.”

$$\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{461}{500} = 0{,}922$$

$$n\hat{p}(1-\hat{p}) = 500(0{,}922)(0{,}078) = 36{,}9 \geq 10$$

Решение

1. Нулева и алтернативна хипотеза

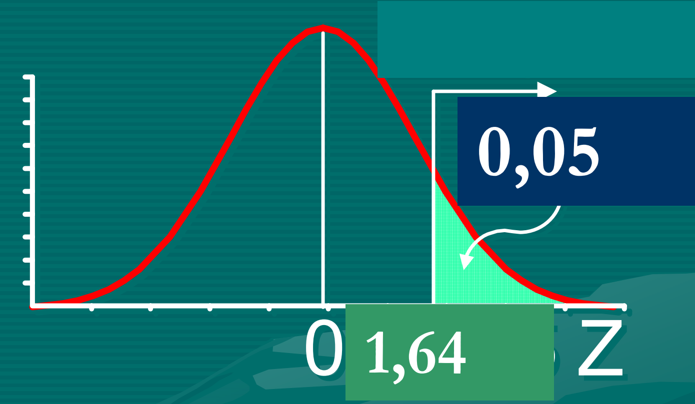
H_0: p= 0,9

H_1: p≠0,9

2. Статистика и извадково разпределение

$$z=\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_o(1-p_0)}{n}}}=\frac{0{,}922-0{,}9}{\sqrt{\frac{0{,}9(0{,}1)}{500}}}=1{,}64$$

4. p-стойност



5. Извод

p-стойност=2*0,05=0,1 не е достатъчно малко число, *затова не отхвърляме Ho*

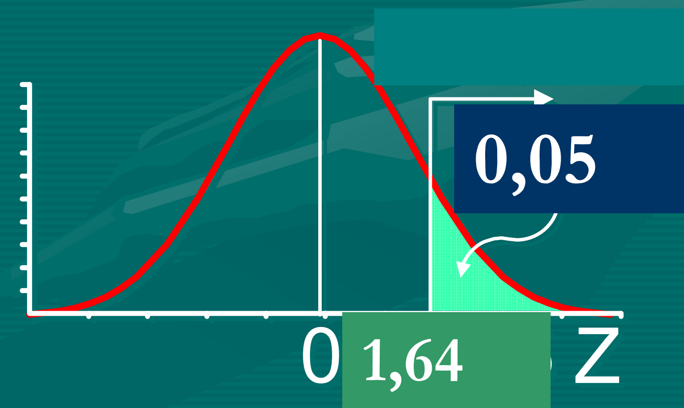
6. Интерпретиране

Няма основание да отхвърлим твърдението че точно 90% от домакинствата са купили елха.

Изменение : ако искаме да проверим дали повече от 90% са купили елха, то:

H_0: p= 0,9 **H_1: p>0,9**

$$z=\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_o(1-p_0)}{n}}}=\frac{0{,}922-0{,}9}{\sqrt{\frac{0{,}9(0{,}1)}{500}}}=1{,}64$$



р-стойност=0,05=0,1 е достатъчно малко число, ***затова отхвърляме Ho***

Повече от 90% от домакинствата са купили елха.