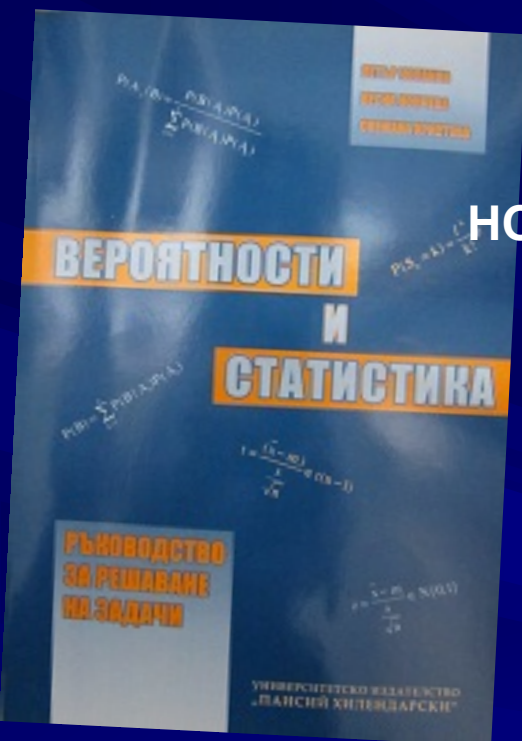


Теория на вероятностите (спец. приложна математика бизнес математика)



НОВ СБОРНИК



СТАР СБОРНИК- НЕ СЪВПАДА С НОВИЯ

Проф.дмн Снежана Христова

каб. 342

E-mail : snehri@uni-plovdiv.bg

<http://www.fmi-plovdiv.org/pmm/classes.htm>

Проверка на знанията:

Контролни работи: 2 контролни работи. Поправка на контролна работа не се допуска. При отсъствие по уважителна причина (след представяне на официален документ) контролната може да се направи допълнително по споразумение с преподавателя. **Максимум точки на всяка контролна 50**

Малки контролни работи: През семестъра по време на упражненията ще бъдат правени 10-минутни контролни (общо 5 на брой с максимален общ брой **точки 30**)

Домашни работи: През семестъра ще бъдат дадени 2 домашни задания, които трябва да се предадат в определен срок. Всяко от тях съдържа 5 задачи, като само една, избрана по случаен начин от студент ще бъде оценявана. Максимален брой точки **на всяка домашна е 10 точки**

Изпит: първа част **Максимум 80+50 точки**
и втора част **Максимум 70 + 50 точки.**

Всяка част на изпита се състои от теоретична част и една задача.

Максимум 250 точки

$$\text{Крайна оценка} = \min \left(2 + \frac{A + B + B + \Gamma + D}{100}, 6 \right)$$

Вероятност ???



Техники за пресмятане

Принцип на Умножението

• Ръководство на клуб – **председател**, **касиер** и **секретар** се избират по случаен начин измежду 4 човека: Ана, Борис, Васил и Георги. По колко различни начини може да се избере ръководството? $4.3.2 = 24$

• Ръководството – **председател**, **касиер** и **секретар** се избират по случаен начин измежду 4 човека: Ана, Борис, Васил и Георги. **Ана не иска да бъде председател**. По колко различни начини може да се избере ръководството? $3.3.2 = 18$

• Ръководството – **председател**, **касиер** и **секретар** се избират по случаен начин измежду 4 човека: Ана, Борис, Васил и Георги. **Председател трябва да бъде Ана ИЛИ Борис**. По колко различни начини може да се избере ръководството? $1.3.2 + 1.3.2 = 12$

Важно правило:

И = *

ИЛИ = +

задачи



В ресторант има три вида супи, 4 основни ястия и 2 вида десерт. Колко различни комплекни менюта могат да се предложат

3	4	2
---	---	---

24

супа

Основно
ястие

десерт

Момиче има 5 блузи и 3 пола. Колко дни може да се облича по различен начин?

5	3
---	---

блуза

пола

15



В английската азбука има 26 букви. Колко различни номера на коли от три букви могат да се образуват ?



26	26	26
----	----	----

$$26 \cdot 26 \cdot 26 = 17576$$

Колко различни номера на коли могат да се образуват ако те се състоят от три букви, последвани от 2 цифри ?

26	26	26	10	10
----	----	----	----	----

1757600

Примери



За да се отвори един катинар е необходимо да се въведе код от 4 цифри. Колко различни кода са възможни? $10.10.10.10 = 10\ 000$

Колко различни кода са възможни, ако кодът задължително започва с четна цифра? $5\ 000$



Ако кодът на катинар се състои от 4 различни цифри, то колко кода са възможни? $10.9.8.7 = 5\ 040$

Колко различни 4-цифрени ЧЕТНИ числа с различни цифри могат да се запишат?

$$9.8.7.1 + 8.8.7.4 = 2296$$

0 е последна цифра

0 НЕ е последна цифра

А ако кодът се състои от буква (25 латински букви), последвана от 3 различни цифри, то колко кода са възможни?

$$25(10)(9)(8)$$

Колко различни пароли, които имат повече от 3 , но не повече от 6 символа са възможни, ако се използват само цифрите 0 и 1?

с 4 символа – 2^4

с 5 символа – 2^5

с 6 символа – 2^6

Общо: $2^4 + 2^5 + 2^6 = 2^4(1 + 2 + 4) = 112$

Колко различни пароли, които имат повече от 3 , но не повече от 6 символа са възможни, ако се използват само цифрите 0, 1, 2, 3, 4, 5?

с 4 символа – 6^4

с 5 символа – 6^5

с 6 символа – 6^6

Общо:

$6^4 + 6^5 + 6^6 = 6^4(1 + 6 + 36) = 55728$

ВРЪЗКА С ТЕОРИЯ НА КОМБИНАТОРИКАТА:

Пермутации

Пермутацията на множество от обекти е произволна тяхна наредба

Броят на пермутациите на n обекта е $n!$

Забележка: $n! = 1 * 2 * 3 * \dots * (n-1) * n$ $0! = 1$ $1! = 1$

15 ученика трябва да се подредят в редица. По колко различни начина могат да го направят?

15!



Преподавател подготвя тестове за ученици, като разполага с 20 въпроса и всеки тест трябва да съдържа тези 20 въпроса, но в различен ред. Колко различни теста могат да се направят?

20!

Вариации

Вариация на k елемента от множество от n елемента

с повторение

е произволна наредба на кои да са k елемента, избрани измежду дадените n елемента.

Броят е

$$\tilde{V}_n^k = n^k$$

без повторение

е произволна наредба на кои да са k елемента, избрани без повторение измежду дадените n елемента.

Броят е

$$V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)\dots(n-k+1)$$

ПРИМЕРИ:

ВАРИАЦИИ от n елемента к клас :

A/ БЕЗ ПОВТОРЕНИЕ

По колко начина могат да се подредят k различни елемента, избирайки ги от общо n елемента?

Разглеждаме множеството от 4-цифрените цели числа, които са с различни цифри и се записват с помощта на цифрите от 1 до 9. Намерете броя на числата в това множество, за които

а/ цифрата на хилядните е 1

б/ цифрата на хилядните е 1 или 2

в/ цифрата на единиците е 3, а на хилядните е 8

г/ съдържат последователно в запис си една до друга цифрите 5 и 7 и то в посочения ред?за които цифрата на хилядните е 1

ВАРИАЦИИ от n елемента к клас : Б/ С ПОВТОРЕНИЕ

По колко начина могат да се подредят k елемента, избирайки ги от общо n елемента? (Възможно е $k > n$, защото елементите могат да се повтарят)

По колко различни начина могат да се напишат оценки на 20 студента?

$$\tilde{V}_5^{20} = 5^{20}$$

В 7-етажна сграда на партера се качват 9 пътници в асансьора, който може да спира на всеки от 7-те етажа. По колко различни начини могат да слезнат пътниците?

$$\tilde{V}_7^9 = 7^9$$

Комбинации без повторение

не- наредено множество от елементи

Комбинация без повторение на **k** елемента от множество от **n** елемента е съвкупност от **k** елемента, избрани измежду всичките **n** елемента, като всеки елемент се среща само един път. Броят е

$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}$$

Комбинации без повторение

Пример

По колко различни начина могат да се изберат трима плувци от 10-членен отбор?

$$C_{10}^3 = \frac{10(9)(8)}{3!} = \frac{720}{6} = 120$$

По колко различни начина може да се попълни фиш от тото "6 от 49"?

$$C_{49}^6 = \frac{49!}{(49-6)! 6!} = 13983816$$

Комбинации

с повторение

$$\tilde{C}_n^k = \binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1)(n+k-2)\dots(n)}{k!}$$

Пример

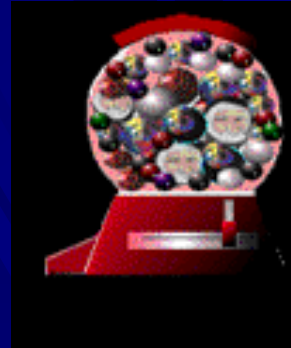
Колко различни плочки има домино, на което всяка плочка е разделена на две и във всяка част има от 0 до 6 точки?



$$\tilde{C}_7^2 = \frac{7(8)}{2!} = 28$$



При играта 4 от 25 се избират 4 числа,
които формират печелившата четворка.
Колко различни възможни четворки има?

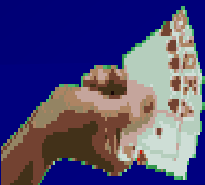


$$C_{25}^4 = \frac{25(24)(23)(22)}{4!} = 12650$$



При определена игра с карти на всеки играч се
раздават по пет карти. По колко различни начина
може да се направи това?

$$C_{52}^5 = \frac{52(51)(50)(49)(48)}{5!} = 2,598,960$$



Пример (избор на тим)

Измежду 5 мъже и 7 жени трябва да се изберат петима, за да работят върху проект.

Колко различни 5-членни групи могат да се изберат?

$$C_{12}^5 = \frac{12!}{5!(12-5)!} = \frac{12(11)(10)(9)(8)}{1(2)(3)(4)(5)} = 792$$

Колко различни 5-членни групи могат да се изберат, ако трима са мъже, а останалите две са жени?

$$C_5^3 = \frac{5(4)(3)}{3!} = 10$$

$$C_7^2 = \frac{7(6)}{2!} = 21$$

210

мъже

жени

Ако двама души настояват или да работят заедно или да не са в групата, то колко различни 5-членни групи могат да се изберат?

1 начин
за
двамата

$$\frac{10(9)(8)}{3!} = 120$$

$$+ C_{12-2}^5 = \frac{10(9)(8)(7)(6)}{5!} = 252$$



Пример



■ Спортен клуб има 8 жени и 7 мъже. Треньорът трябва да избере за предстоящия турнир 6 жени и 5 мъже. Колко различни групи може да избере треньорът?

$$C_8^6 = \frac{8(7)(6)(5)(4)(3)}{6!} = 28$$

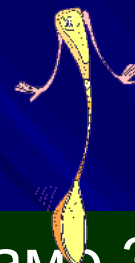
жени

$$C_7^5 = \frac{(7)(6)(5)(4)(3)}{5!} = 21$$

мъже

$$28 \cdot 21 = 588$$

Предизвикателни задачи



Студентка има 5 вилици, от които само 3 харесва, 4 ножа и 6 лъжици. Колко различни комплекта могат да се направят ?

$$n = 5 \cdot 4 \cdot 6 = 120$$

Асансьор със 7 пътника тръгва от партера и спира на всеки от 9-те етажа на сграда. По колко различни начина всички пътници могат да слезнат? $n = 9^7$

А ако всички слизат на различни етажи? А ако поне двама слизат на един и същ етаж. ?

всички слизат на различни етажи

За 1-вия пътник има 9 възм. ,
за 2-рия има 8 възм. и т.н

$$k = 9 \cdot 8 \cdot 7 \dots 3$$

поне двама слизат на един и същ етаж = $n - k$

К

Р

А

Й