

Теория на игрите

Снежана Христова
Лекция 7

“Вярно е, че животът трябва да се разбира назад, но ... той трябва да бъде изживян напред.”

Сьорен Киркегор, датски философ и теолог от 19 век

Увод

- Досега разглеждаме ситуации при които играчите вземат решение едновременно или без да знаят действието на другите играчи.
- Но има ситуации, и в реалния свят, и в бизнеса , и в политиката, при които играчите предприемат действия, след като имат информация, какво са направили другите.
- Например, при договаряне между продавач и купувач, след като продавачът обяви своята цена, купувачът може да приеме или не (или обратното)
- При предстоящи избори една от партиите решава да направи скъпа рекламна кампания и опонентите ѝ трябва да решат дали да направят и те рекламна кампания или да действат по друг начин.

Двете ситуации включват избора на играч, след като е наблюдавал действието на другия.



**Крайни динамични игри
с пълна и съвършена
информация
екстензивна форма,
метод “отзад-напред”**

Да припомним

крайни игри- с краен брой стратегии за всеки играч

динамични игри=последователни игри- играчите обявяват своето решение за избор на стратегия **в различно време.**

-игри с пълна и съвършена информация- играчите действат последователно, като на всеки ход освен информация за предишните възможности, избрани стратегии и плащания на всички играчи, имат възможност да наблюдават и избраните стратегии на някои от играчите в настоящата игра.

Формална дефиниция на динамична игра

Предположения:

1. Крайно множество от играчи: $I_1, I_2, \dots, I_k$
2. Всеки играч знае правилата на играта, които не могат да се променят
3. По всяко време на играта всеки играч има избор измежду краен брой ходове, които може да направи. Съвкупността им се нарича множество от ходове S съответния играч.
4. Играта свършва след краен брой ходове.
5. В края на играта всеки играч получава “награда” =плащания

Забележка. В някои игри някои ходове може да се избират по случаен начин (като покер). В някои игри всеки играч знае всички предишните ходове на всички играчи (напр. шах, но не и покер)

Представяне на динамичните игри

Екстензивна форма на динамична игра се нарича съвкупност от

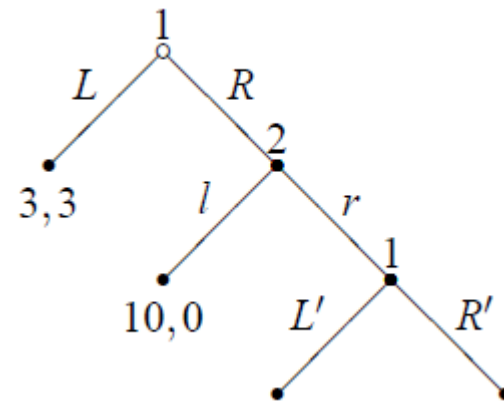
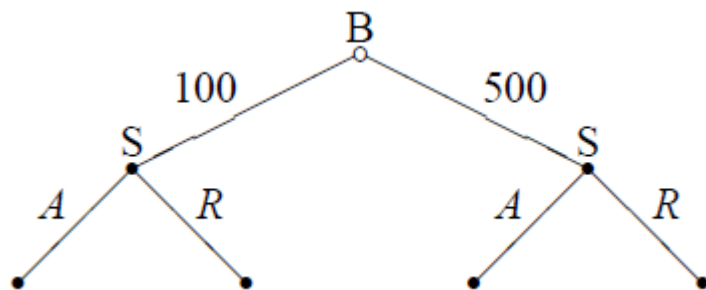
- **Играчи**- Всеки който оказва влияние върху приходите ти в играта (поне още един, т.е. всяка игра има поне двама играчи). Играч може да бъде отделен човек, компания, нация, дори биологичен вид
- **граф дърво**-отразява последователно възможните последователни действия на играчите
- **плащания** -числата, асоциирани с всеки изход на играта за всеки играч (могат да бъдат с паричен израз, но може и да не е)

Граф-дърво

Граф-дърво (ориентирано)-съвкупност от възли (върхове) и крайно множество от ориентирани отсечки, която свързват два възела.

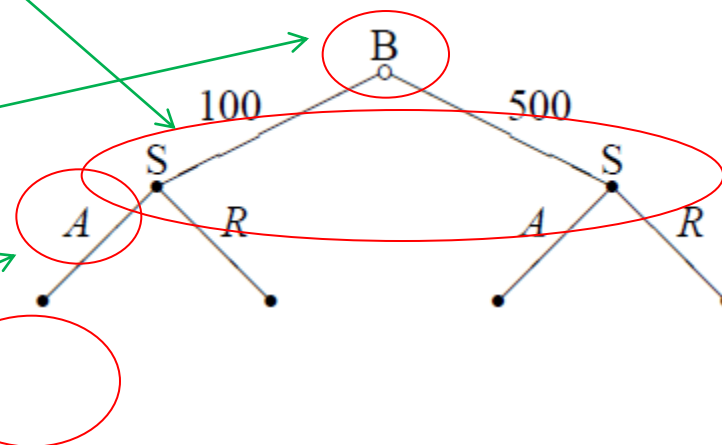
Пътека-всяка наредена съвкупност от възли, свързани последователно с ориентирани отсечки.

Възел С **следва (е наследник на)** възел В, ако отсечките, свързващи кой да е друг възел с С винаги минават през В.



Елементи на дървото на играта

- ВЪЗЛИ
- ОТСЕЧКИ
- информационно множество
- етикети на играча
- етикети на действие
- плащания.



Видове възли на дървото на играта

Има *три вида възли*

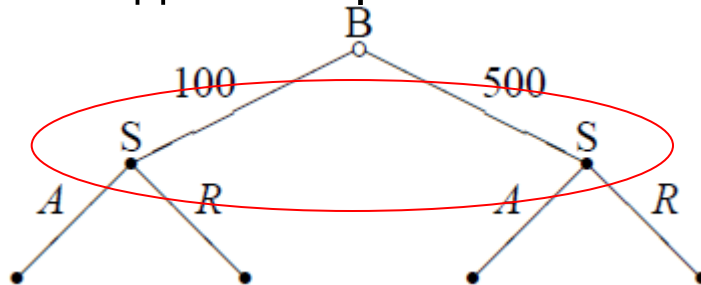
- **начален възел**- който не следва нито един връх(той съответства на първия ход на играта, на играча който играе първи) Той е единствен и от него излизат насочени отсечки, но не влизат.
- **краен възел**- за който няма връх, който го следва; Това са възли, в които влизат насочени отсечки, но не излизат. В крайните възли винаги се съпоставя N -мерен на **плащанията** (N е броя на играчите)
- **възел за вземане на решение**- които следва някакъв възел, но има и поне един възел, който го следва. В този тип възел , играчът взема решение за избор на стратегия, като от този възел излизат поне 2 насочени отсечки.

Информационно множество

Информационното множество – това е съвкупността от всички възли на даден играч на даден ход. Той **показва** какво **знае** играчът когато **взема** решение.

На всеки ход, върховете в които играчът взема решение формират **информационно множество**, Но не всяко множество от върхове формира информационно множество.

Много е важно отсечките, от всеки връх в едно информационно множество да имат един и същ етикет. Излизайки от такова множество всеки играч избира един от тези етикети. Освен това за всяко информационно множество играчът прави точно един избор.



Стратегии

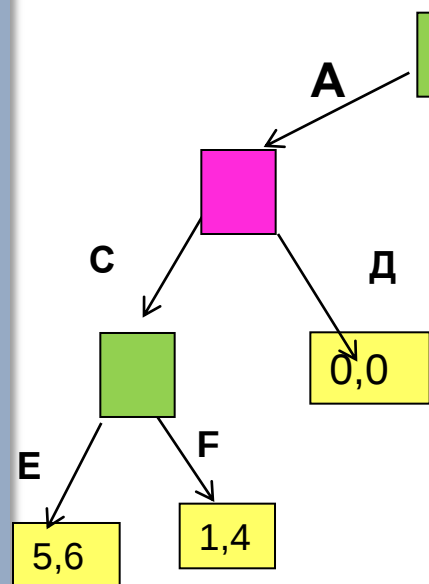
При **статичните игри** , **стратегия** на играч =избор на действия

Има два вида стратегии

- **чисти стратегии**: кой да е избор на действие
- **смесени стратегии** : вероятно разпределение върху действията.

При игрите в **екстензивна форма**, **стратегия** на играта е пътека, която започва от начален възел и завършва на караен възел. Показва всеки играч на всеки етап/рунд как трябва да действа. В такъв смисъл стратегията е пълен план от действия, или описание на действия.

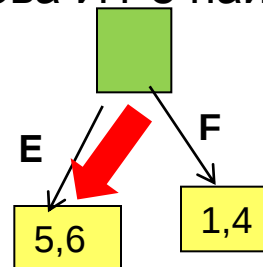
Решаване на игра в екстензивна форма



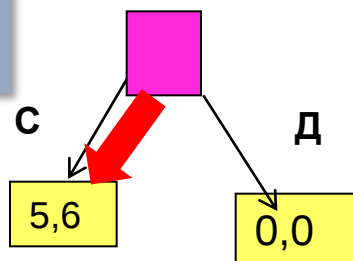
Да разгледаме играта в екстензивна форма

Как да я решим? Естествено ще сравняваме плащанията, но как, и кои?

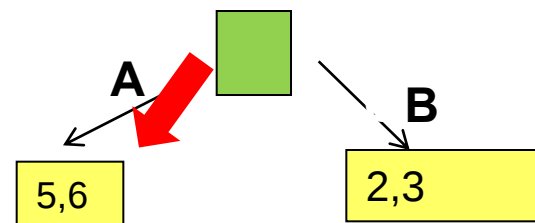
Най добре знаем за последния клон, т.е. за т.н. под-дърво $5 > 6$ затова И1 е най-добре да избере E



Продължаваме нагоре по дървото, тогава този клон може да се замени с плащането (5,6). Тогава $6 > 0$ и за И2 е най-добре да избере C.



Окончателна-най-добрата стратегия е ACE



Продължаваме, аналогично $5 > 2$ и за И1 е най-добре A.

Решаване на динамични игри в екстензивна форма

Метод “отзад-напред”

Основна идея:

Започваме от крайните възли, движейки **се отзад напред**, разглеждаме последователно информационните множества. Всяко информационно множество определя няколко под-игри. За всяка от тях най-добрата стратегия, отговаряща на максималното плащане на съответния играч. След това преминаваме към по-горното информационно множество, и съответните игри, за които определяме най-добрата стратегия на съответния играч, при избрани вече най-добри стратегии в предишното информационно множество. И така, докато стигнем до началния възел определящ информационното множество за първия играч.

Решаване на динамични игри в екстензивна форма

Метод “отзад-напред”

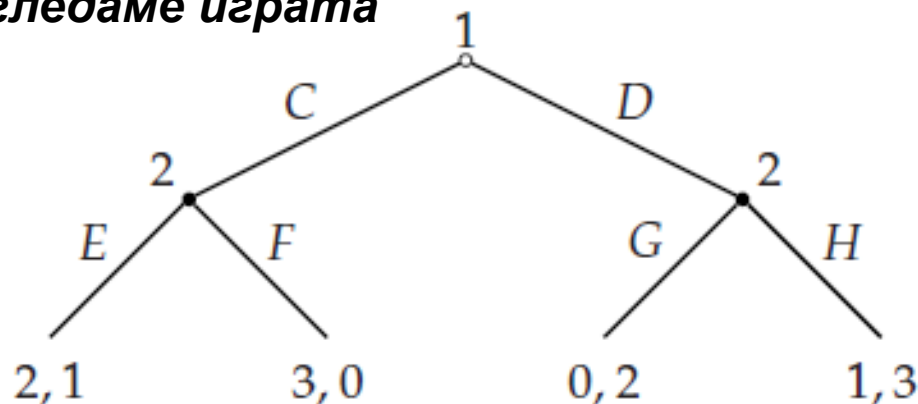
Основна идея:

Започваме от крайните възли, движейки **се отзад напред**, разглеждаме последователно информационните множества. Всяко информационно множество определя няколко под-игри. За всяка от тях най-добрата стратегия, отговаряща на максималното плащане на съответния играч. След това преминаваме към по-горното информационно множество, и съответните игри, за които определяме най-добрата стратегия на съответния играч, при избрани вече най-добри стратегии в предишното информационно множество. И така, докато стигнем до началния възел определяш информационното множество за първия играч.

Защо “отзад-напред”

Обосновка

Да разгледаме играта



Да си припомним как намираме равновесие на Наш при игри в нормална форма: чрез най-добрия отговор на единия играч, когато другия е избрал стратегия.

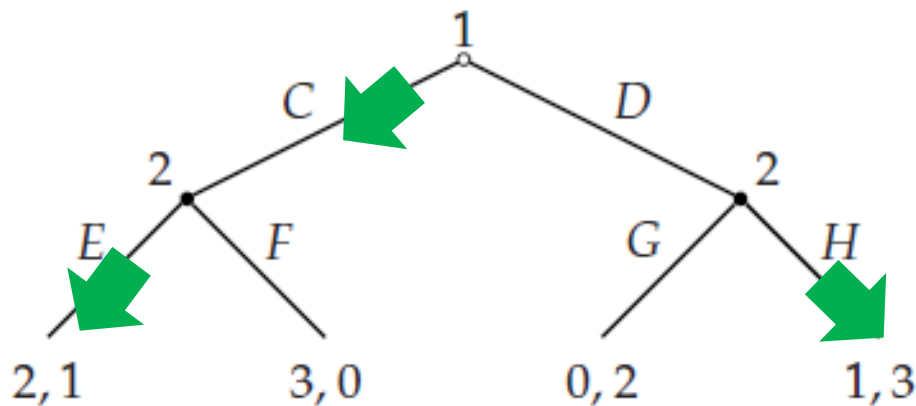
Да се опитае да приложим тази идея в случая на динамични игри. Понеже тук има ред на избиране на стратегии, то има и ред на играчите, има и ред на фиксиране на стратегия на единия, за да намерим най-добър отговор на другия

И1 има две стратегии C и D.

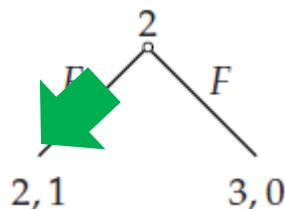
При всеки избор на И1 се получава под-игра за И2.

Метод "отзад-напред"

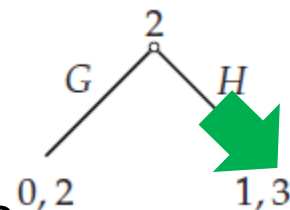
Един пример



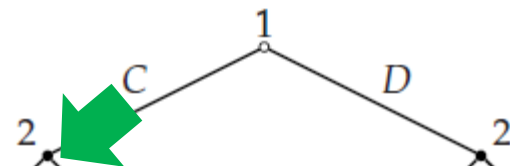
При избор стратегия C от И1, плащането на И2 $1 > 0$ и затова най-добрия избор на И2 е E



При избор стратегия D от И1, плащането на И2 $3 > 2$ и затова най-добрия избор на И2 е H



При горните отговори на И2 плащанията на И1 са 2 и 1, $2 > 1$ и най-добрия отговор на И1 е C



Решаване на динамични игри в екстензивна форма

Метод "отзад-напред"

- Мислейки отзад напред по граф-дървото
 - Започни от края и се движи по дървото до настоящия момент/началото на играта
- Мисленето отзад напред е предизвикателство на практика
- Най-важното:
 - Стратегията в предишни етапи на играта
 - Правилата на дървото
 - Наблюдавайте края на играта



Решаване на последователни игри

Метод “отзад-напред”

Ако всеки играч намери своята оптимална стратегия, използвайки метода : “отзад-напред”, се получава изход, който наричаме равновесие.

Всички крайни динамични игри имат поне едно равновесие- само ако един играч има еднакво плащане от две и повече информационни множества от ходове, тогава играта може да има повече равновесия.

Последователна рационалност

Гледайки напред мислете назад.

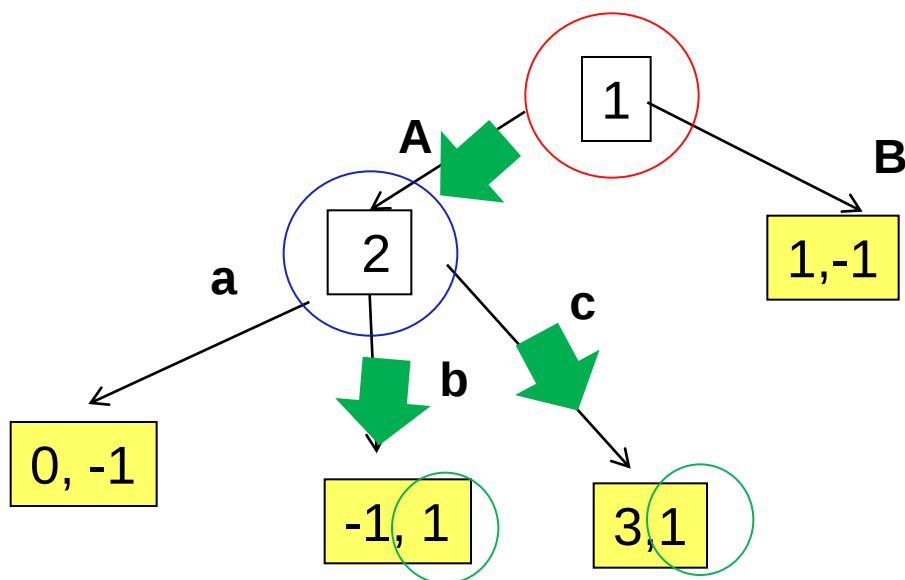
**Предвиждайте какво вашите съперници
ще направят утре в отговор на това,
което вие правите днес**



Предимства и недостатъци на метода "отзад-напред"

Този метод не помага при всяка последователна игра - контрапример:

И2 трябва да избира между три стратегии, като две от тях имат равни максимални плащания, т.е. не е ясно коя да избере в или с?



За И2 е без значение коя от стратегии в или с да избере. При този избор на И2, пак И1 трябва да сравни числата -1, 3, 1, като избере А. но очевидно това не е най добрата стратегия на И1, защото може да му носи загуба -1.