

Теория на игрите

Снежана Христова
Лекция 8

М н о г о е т а п н и и г р и



Що е многоетапна игра?

Многоетапна игра е крайна редица от игри, всяка от тях може да е едновременно, или пък да се състои както от едновременно, така и от последователна игра. Тези игра се играят последователно от едни и същи играчи и плащанията на играта се определят чрез използване плащанията и изходите на всяка игра от различните етапи. Ще считаме, че игра 1 G_1 се играе на първи етап, Игра 2, G_2 , на втори етап и т.н. На всеки етап играчите наблюдават изходите и действията на играчите от предишните етапи.

Многоетапни игри

Игрите протичат на няколко етапа.

В началото на всеки етап всички играчи имат информация за предишните възможности на останалите играчи, за взетите решения и получените печалби. Това **е игра с пълна информация**.

Ако изборът на решение във всеки етап се прави и съобщава последователно от играчите, то това превръща играта в **игра с пълна**, и **съвършена информация**. (играчите освен информация за предишните възможности, избрани стратегии и плащания, имат възможност да наблюдават и избраните стратегии на някои от играчите в настоящата игра). (виж примерите за *Модел на симетрично нетърпение* и *на несиметрично нетърпение*)

Ако изборът на решение във всеки етап се прави и съобщава едновременно, то това превръща играта в **игра с пълна**, но **несъвършена информация**. (виж модел на *банкови депозити*, на *вземане на икономическо решение за действие и ценова политика*))

Основен въпрос- как се определя плащането на цялата игра?

Нетърпение-продължение

Нека да разгледаме многоетапна игра, с T етапа, в която на всеки етап се играе една и съща игра. Нека $\delta \in [0, 1]$ е дисконтиращия фактор, който измерва бъдещите плащания. Ако бъдещите плащания имат “стойност” точно колкото и сегашните, то $\delta = 1$.

Нека играч има плащания Π_k на k -тия етап. Тогава общото плащане на играча от многоетапната игра е = дисконтираната сума от плащанията на играча, получени в редицата от игри

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 \cdot \delta + \Pi_3 \cdot \delta^2 + \Pi_4 \cdot \delta^3 + \dots + \Pi_T \cdot \delta^{T-1}$$

Равновесие при многоетапни игри

Перфектно равновесие при подигри

Рационалните играчи би трябвало да играят последователно рационални стратегии от всеки етап, т.н. перфектно равновесие при подигри. Но как да го намерим?

Твърдение. Разглеждаме многоетапна игра с T етапа. Ако $\sigma_1^*, \sigma_2^*, \dots, \sigma_T^*$ е редицата от равновесия на Наш на всяка независима игра от съответните етапи, то тогава съществува ***перфектно равновесие при подигри*** за многоетапната игра, с пътека генерирана от $\sigma_1^*, \sigma_2^*, \dots, \sigma_T^*$.

Многоетапни игри със смесени ходове

Разделяме N играчи на две групи

-група A (n играчи) и

група B (k играчи: $n+k=N$).

Във всяка група играчите играят самостоятелно и не могат да влизат в коалиция с който и да участник в играта.

В някои от ходовете решенията за действия се вземат едновременно, а в някои последователно, а може и на един и същ етап някои действия да са едновременни, а други последователни. т.е. изборът на действие не е еднотипен във всеки етап => смесени ходове.

1. Играчите от първата група A обявяват избора си **едновременно**

2. Играчите от втората група B наблюдават избора на стратегии от група A , и след това **последователно**, но независимо един от друг обявяват своите стратегии.

3. Резултатът от играта е платежната функция P_i , която е N -мерна (колкото са играчите).

Безкрайно повтарящи се игри, крайно повтарящи се игри и краен етап?

Безкрайно повтарящи се игри- играта се повтаря много пъти, до безкрайност (поне теоретично).

Крайно повтарящи се игри- играта се повтаря много пъти , като има и етап , на който завършва=краен етап на играта.

Крайно повтарящи се игри с предварително известен краен етап предварително е известно на кой етап свършва играта.

Крайно повтарящи се игри с неопределен краен етап знае е се, че играта ще свърши на определен етап, че има краен етап, но кога , след колко подигри ще настъпи този краен етап, не е определено отначало.

Безкрайно повтарящи се игри

Това, че играта се повтаря безкрайно (поне теоретично, а практически е еквивалентно на неопределено много пъти), води и до промяна на избора на най-добра стратегия от играчите в сравнение с многоетапната игра.

Първо, какви са плащанията на кой да е играч при безкрайно повтарящата се игра

Нека G е играта на един етап, и означаваме с $G(\delta)$ безкрайно повтарящата се игра с дисконтиращ множител δ . Естественото обобщение на настоящата стойност е

ДЕФИНИЦИЯ: При даден дисконтиращ множител $\delta < 1$, настоящата стойност на безкрайна редица от плащания за даден играч е

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 \cdot \delta + \Pi_3 \cdot \delta^2 + \Pi_4 \cdot \delta^3 + \dots + \Pi_T \cdot \delta^{T-1} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} \delta^{k-1} \Pi_k$$

Безкрайно повтарящи се игри:
Играчите се кооперират с цел да
получават по-висока печалба

■ **Стратегията на спусъка** (*има обратен удар при изстрел*)-
основава се на предишната игра на
играчите:

- Всеки играч, ако мами и не се придържа към споразумението, то другия “ще го накаже”.
- Затова всеки играч е заинтересован да се придържа към споразумението.

Поглед отвътре на безкрайно повтарящите се игри:

- Не всички игри са игри на конфликти.
- Последователните действия водят до координиране и споразумения.



Фактори влияещи на споразумението при повторни игри

- Познаване на другите фирми
- Познаване клиентите на другите фирми
- Познаване кога условията на съглашението са нарушени
- Има ли “наказание”?
- Колко голямо е това “наказание”
надеждни ли са?

Крайно повтарящи се игри

с известен предварително краен етап- предразполагат към нарушаване на споразумението на последния етап.

с неизвестен краен етап - играчите не са сигурни кога да нарушат споразумението, защото ако го нарушат, то може да има поне още един етап, при който опонентът му ще го “накаже”. Тези игри имат характер на безкрайно повтарящи се игри.