

Домашна работа № 2

Задача 1. Монета се подхвърля няколко пъти. Дефинираме случайната величина $X = \{\text{брой паднали се лице}\}$.

- А) Ако монетата се подхвърля 4 пъти, то
- А I. Напишете разпределението на случайната величина X .
 - А II. Намерете средната стойност, дисперсията и стандартното отклонение на сл. величина X .
 - А III. Намерете функцията на разпределение на сл. в. X и начертайте графиката ѝ.
 - А IV. Намерете вероятността да се падне поне два пъти лице.
- Б) Ако монетата се подхвърля до появата на лице, то
- Б I. Напишете разпределението на случайната величина X .
 - Б II. Намерете средната стойност, дисперсията и стандартното отклонение на сл. величина X .
 - Б III. Намерете функцията на разпределение на сл. в. X и начертайте графиката ѝ.
 - Б IV. Намерете вероятността да се падне поне два пъти лице.
- В) Ако монетата се подхвърля до появата на лице, но **не повече** от три пъти, то
- В I. Напишете разпределението на случайната величина X .
 - В II. Намерете средната стойност, дисперсията и стандартното отклонение на сл. величина X .
 - В III. Намерете функцията на разпределение на сл. в. X и начертайте графиката ѝ.
 - В IV. Намерете вероятността да се падне поне два пъти лице.

Задача 2. Търговец има в наличност 1000 лв., за да закупи стока, която в момента се продава по 2 лв за килограм. Знае се, че след една седмица цената на стоката ще бъде или 1 лв или 3 лв за килограм, като двете възможности са равновероятни. Ако е сигурно, че следващата седмица търговецът ще може да продаде цялото количество закупена стока на пазарната ѝ цена, то

- А) Напишете разпределението на случайната величина $X = \{\text{печалба на търговеца след една седмица}\}$?
- Б) Намерете функцията на разпределение на печалбата на търговеца след една седмица. Начертайте графиката ѝ.
- В) Намерете вероятността търговецът да спечели поне 200 лв. от покупко-продажбата.
- Г) Каква е очакваната печалба на търговеца след една седмица?
- Д) Колко е стандартното отклонение на печалбата на търговеца?
- Е) Нека търговецът има транспортни разходи 250 лв. Напишете разпределението на случайната величина $Y = \{\text{чиста печалба на търговеца след една седмица}\}$ (като се вземат предвид и транспортните разходи)?
- Намерете очакваната чиста печалба на търговеца.

Задача 3. Времето на безотказна работа на определен вид транзистори (измерено в стотици часа) е случайна величина X , която има плътност от вида

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ \frac{C}{x^4} & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

- А) Намерете стойността на константата C .
- Б) Какъв тип е сл. в. X (дискретна или непрекъсната)? Намерете функцията на разпределение на сл. в. X .
- В) Каква е средната продължителност на безотказна работа на транзисторите от този тип?
- Г) Колко е стандартното отклонение на продължителността на безотказна работа?
- Д) Колко е медианата и модата на сл. в. X ?
- Е) Ако фирмата, която произвежда тези транзистори иска да даде 500 часа гаранция, какво бихте я посъветвали?
- Ж) Каква е вероятността един случайно избран транзистор да не е необходимо да се заменя през първите 150 часа на работа?
- З) Каква е вероятността точно 2 от 5 случайно избрани транзистори да е необходимо да се сменят в първите 150 часа на работа?
- И) Намерете плътността на сл. в. $Y = 2X - 5$. Колко е очакването на Y ?

Задача 4. Функцията $f(x, y) = \begin{cases} cx^2y & \text{при } 0 \leq x \leq 1 \text{ и } 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{в противен случай} \end{cases}$ е съвместна плътност на двете непрекъснати случайни величини X и Y .

- А) Намерете стойността на константата C .
- Б) Намерете маргиналната плътност на сл.в. X и на сл. в. Y .
- В) Намерете очакването на сл.в. X .
- Г) Зависими или независими са сл.в. X и Y ? Обосновайте отговора си.
- Д) Намерете условното разпределение на X , ако $Y = y$, където $0 \leq y \leq 1$.
- Е) Намерете коефициентът на корелация на двете сл. в. X и Y .

ТВ-Приложна математика

Задача 5. Зарче се подхвърля два пъти. Разглеждаме случайните величини $X = \{\text{брой паднали се петици при двете хвърляния}\}$ и $Y = \{\text{сумата от точките при двете хвърляния}\}$.

- А) Намерете съвместното разпределение на X и Y .
- Б) Намерете маргинално разпределение на X и маргинално разпределение на Y .
- В) Независими ли са X и Y ? (Защо)
- Г) Намерете условното разпределение на X при дадено $Y=10$.
- Д) Намерете условното разпределение на Y при дадено $X=1$.
- Е) Намерете условното очакване $E(X|Y=10)$