

Някои древни математически модели



Тук почива в мир Диофант, чието детство беше $\frac{1}{6}$ от неговия живот; когато $\frac{1}{12}$ от неговия живот се добави, той стана юноша, след още $\frac{1}{7}$ от живота му, той се ожени; след още 5 години му се роди син, който живя точно половината от живота на баща си и умря 4 години преди баща си.

Напишете математическия модел за да определите колко години е живял Диофант

Диофант (200- **284**)

$$x/6 + x/12 + x/7 + 5 + x/2 + 4 = x$$

Решете модела

Питагор 570 пр.н.е.-495 пр.н.е.



Колко ученици идват в
твоего училище, за да те
слушат?



Половината от тях учат
математика, четвърт учат музика, а
една седма изучават други науки и
има още 3 жени.

Напишете модела за брой ученици

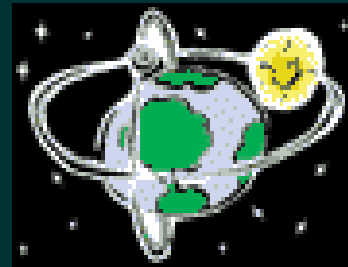
$$x/2 + x/4 + x/7 + 3 = x$$

Решете

28 ученика



Модели на основата на геометрията

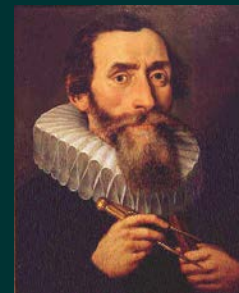


Птоломей, астроном, Александрия, 2 в.

Всяка планета се движи в малък кръг за период от неговото действително движение на небето, докато центъра на този кръг се движи около земята в по-голям кръг. В този модел разстоянието на коя да е планета до земята не е постоянно и промяната в разстоянието може да се използва за да се пресметне яркостта.



Коперник и Кеплер



Предлага теорията за слънчевата система



Основен закон- Всяка планета се движи около слънцето в елиптична орбита, чийто фокус е слънцето

НЮТОН





Модел на
Леонардо
да Винчи



Модели на
Архимед

Геометричен модел

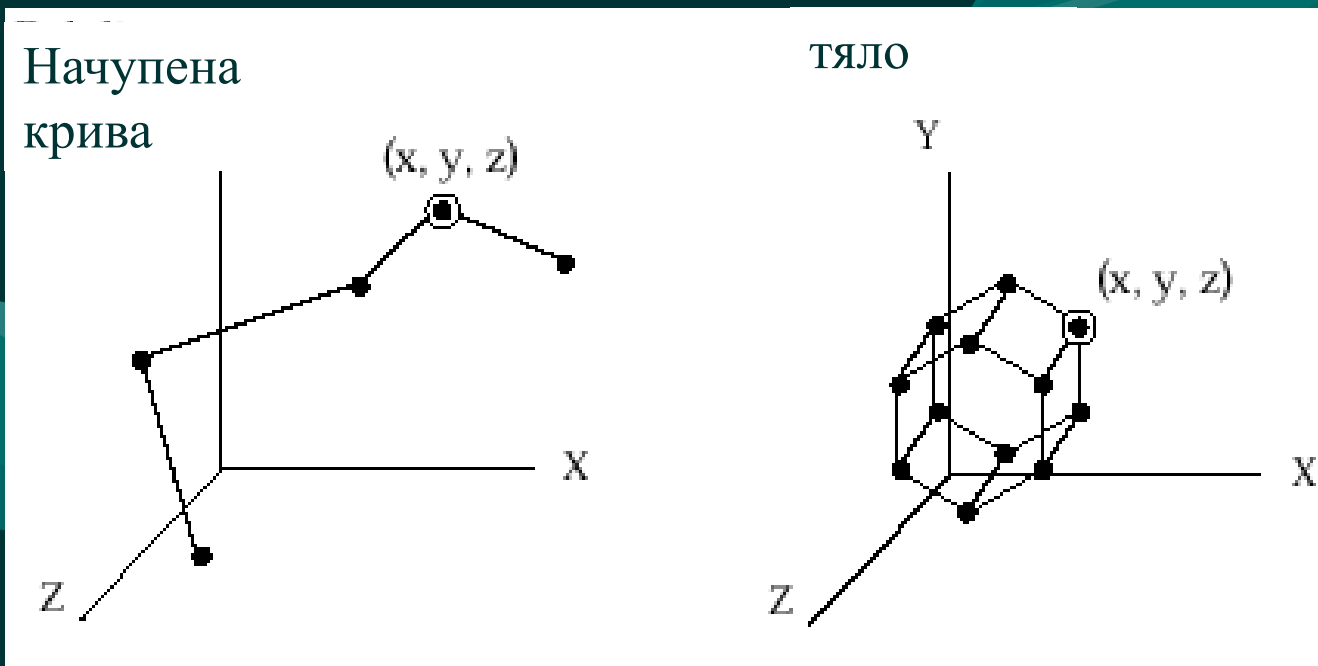
Съдържа данни, които описват:

- Геометрията (Тип и пространствено разположение на базовите елементи - примитиви)
- Структурата (Връзките между елементите)
- Допълнителна информация (атрибути)



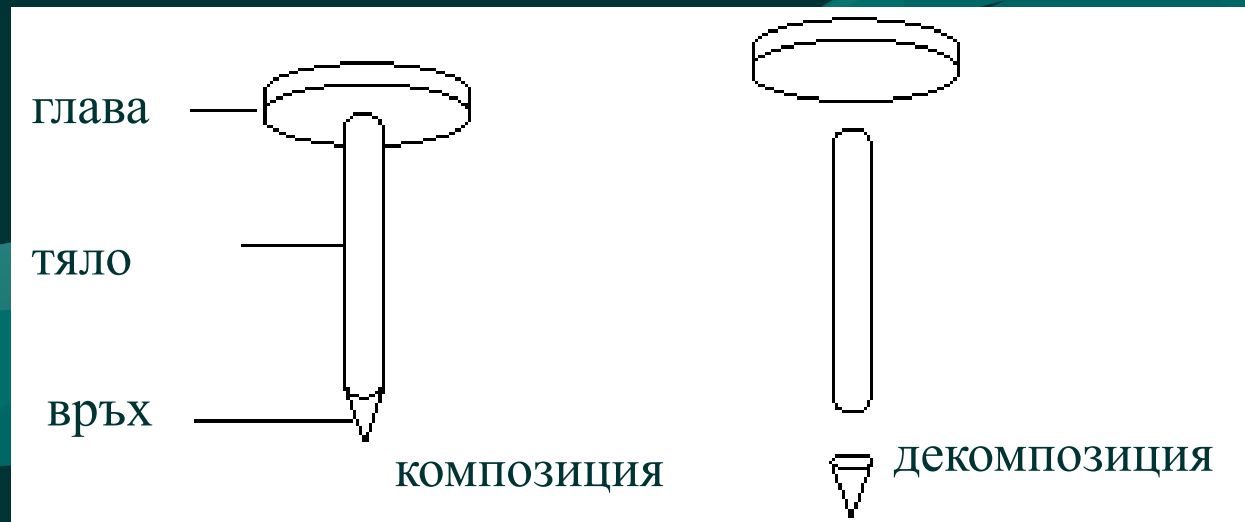
Видове геометрични модели

- Според типа на елементите
 - Скелетен (Wire-frame) Модел
 - Повърхнинен (Surface) модел
 - Обемен (Volume) модел
 - CSG (Constructive Solid Geometry)



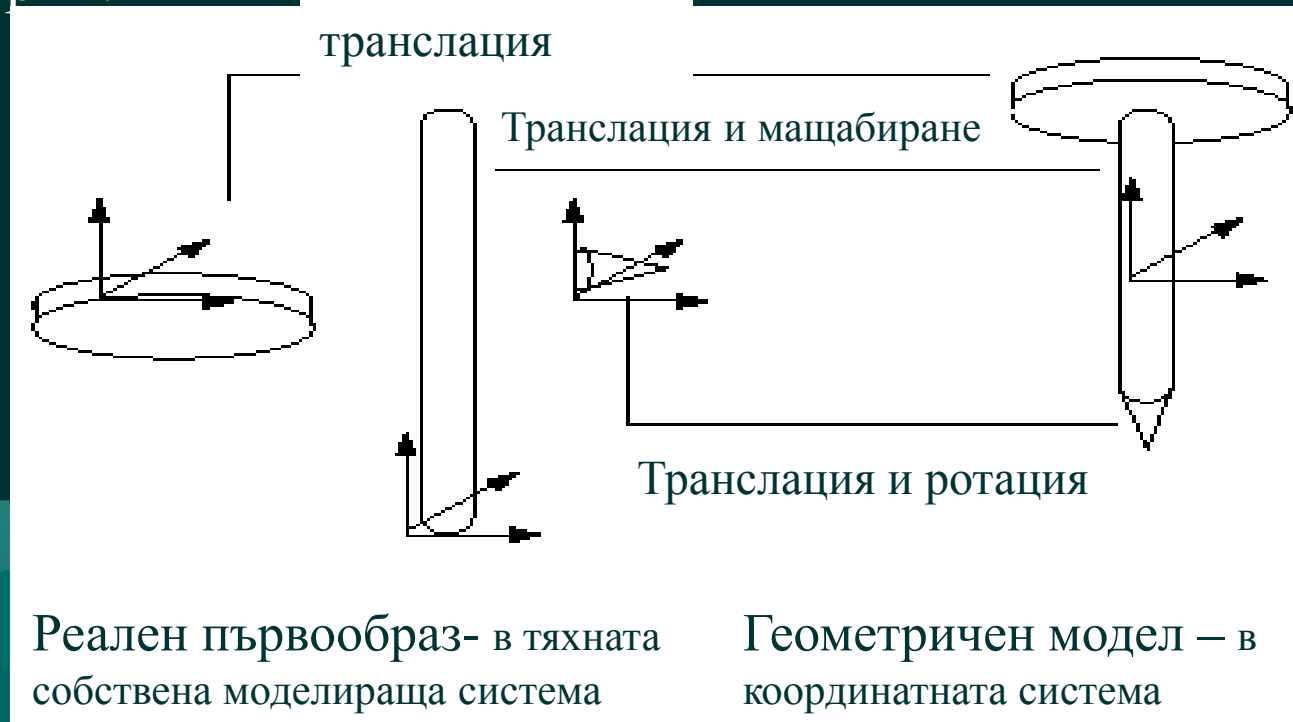
Декомпозиция на геометричния модел

- Принцип: разделяй и владей
- Йерархия от геометрични елементи
- Свеждане до примитиви (например сфера, куб, цилиндър и т.н.)
- Прости и не толкова прости елементи (пример: пирон и винт)



Сглобяване на целия модел на пирон

Примитивите, получени в процеса на декомпозиция трябва да бъдат сглобени, за да се получи целият обект. Това се извършва с “афинни трансформации” (транслация, мащабиране и ротация), както показва примерът:



Малко по сложно: ГЕОМЕТРИЧНО МОДЕЛИРАНЕ НА ЗАВАРЕНИ ЗЪБНИ КОЛЕЛА

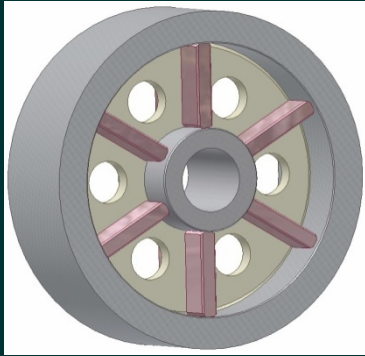


Цел: намаляване на разходите за енергия и суровини.

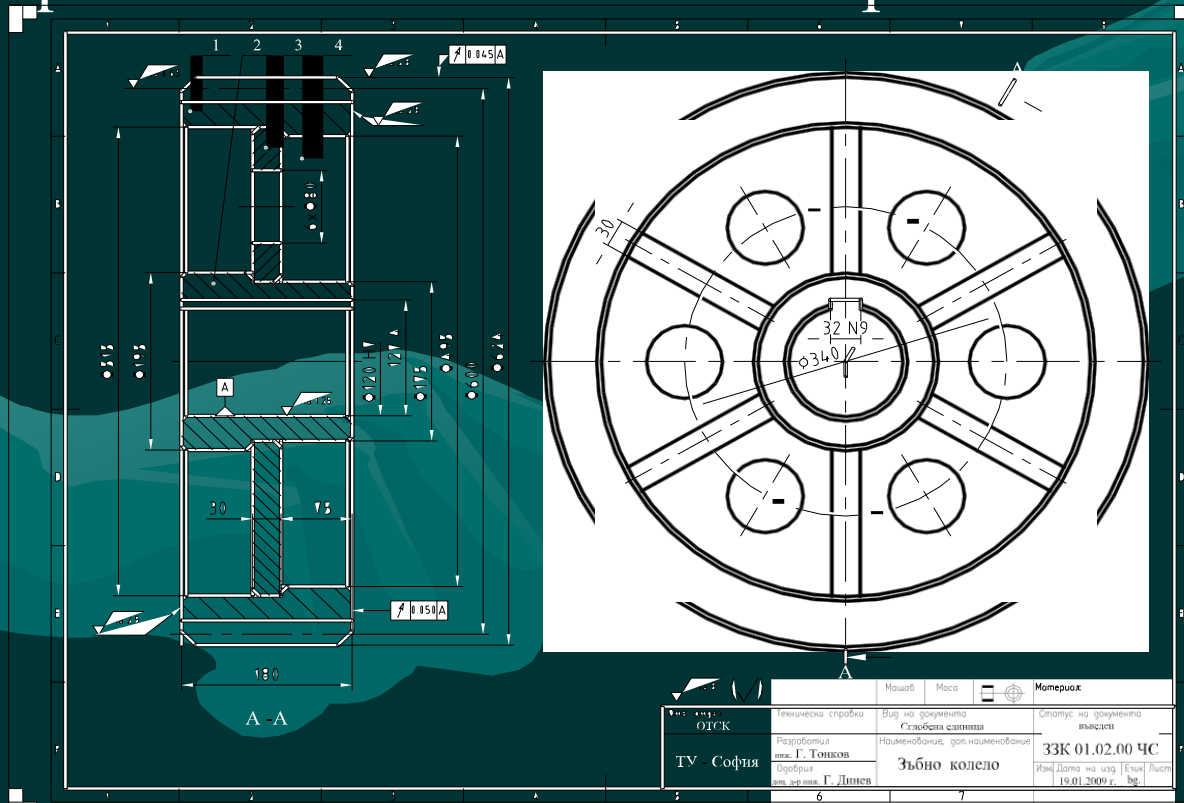
Подход: чрез проектиране, като се използва геометричното моделиране:

- генериране на 3D геометричен модел на зъбно колело
- създаване на 2D изображения и изпълнение на работните им чертежи.

3D геометричен модел на зъбно колело



2D изображения и изпълнение на работните им чертежи



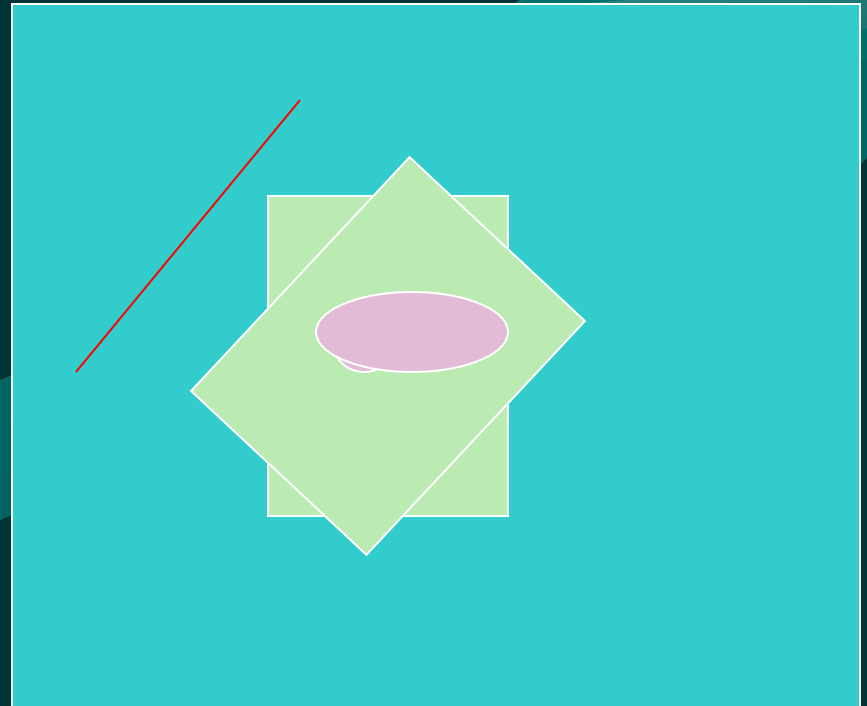
Приложение: Компютърна графика

Представяне на графичната информация

Растрно



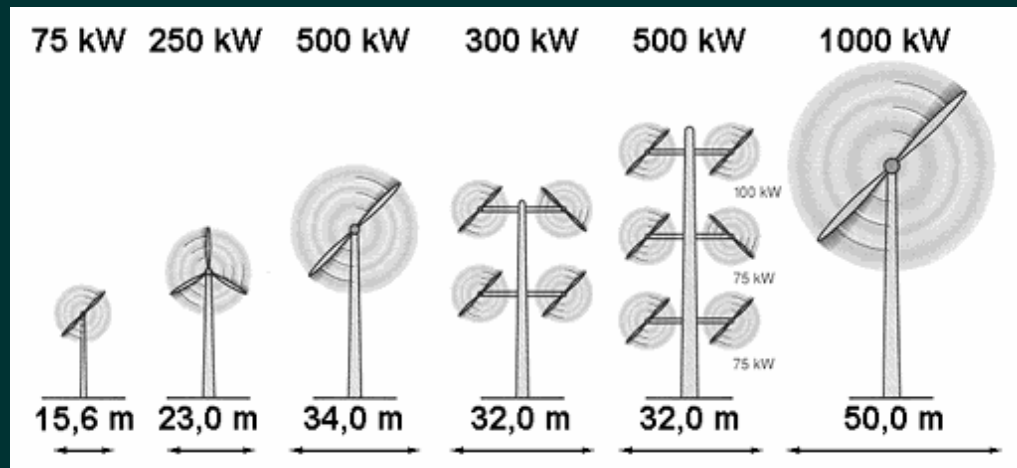
Векторно



Как да намерим вида на зависимостта ???

алгебра + реални проблеми

Права пропорционалност



вятърни мелници
за електричество

Енергията $\Leftrightarrow$ диаметър ????

Какво ще стане с енергията, когато се удвои диаметъра?

Енергията на вятърната мелница е правопропорционална на квадрата на нейния диаметър D :

$$P = aD^2$$

Защо има квадрат ?

Заради лицето

Как да намерим вида на зависимостта ???

геометрично подобие и пропорционалност

Теглото на риба като функция на размерите ѝ



Фактори, които влияят върху теглото

- форма
- средно тегло за единица обем, т.н. плътност на теглото
- пол, особено по време на размножителния период
- сезони и пр.

Търсим общо правило $\Leftrightarrow$ предварителни предположения и ограничения:

Разглеждаме само определен вид риба, при който вътре във вида средната плътност на теглото е константа.

Допускаме, че рибите са подобни, т.е. обемът на всяка риба е пропорционален на куба на някой от линейните ѝ размери, например, дължината

$$V \sim l^3$$

теглото = (обема) (средната плътност на теглото)

при постоянна плътност

константа

$$w \sim V$$

$$w \sim l^3$$

теглото е пропорционално на куба на дължината

Модел

$$w = k l^3$$

к-константа на пропорционалност

Доусъвършенстване на модела

Недостатъци на предишния модел –
не взема под внимание най-слабите и най-дебелите риби.

Как да подобрим модела?

някои части от тялото имат по-голямо влияние върху
общото тегло

опашката е относително по-незначителна за теглото

допускаме, че рибите са геометрично подобни $\Leftrightarrow$
напречните им сечения са геометрично подобни и
основното тяло зависи съществено от това напречно
сечение

обемът $V =$
(лицето на средното напречно сечение A) *
*(ефективната дължина l)

Доусъвършенстване на модела

обемът $V =$

(лицето на средното напречно сечение A)*

* (ефективната дължина l)

Да разглеждаме отново риби с постоянна дължина,
т.е. ефективната дължина $l =$ постоянна дължина

За всяка риба измерваме обиколката на
най-дебелата част, g

$$V \sim l g^2$$

$$A \sim g^2$$

при постоянна плътност

ТЕГЛОТО $w \sim V$



$$w \sim l g^2$$

НОВ МОДЕЛ

$$w = k l g^2$$

k -КОНСТАНТА НА
ПРОПОРЦИОНАЛНОСТ

И в двата модела има неизвестни константи.

Как да определим стойността на константата????

Събиране на данни

Използване на данни

КАК ????