СТАТИЧНИ МОДЕЛИ

Не отчитат същественото изменение на изследваната величина/и с течение на времето.

Най-прост случай:

Една изследвана величина, която означаваме с x.

Най прост модел:

$$F(x,a,b,c,d)=0, \qquad (1)$$

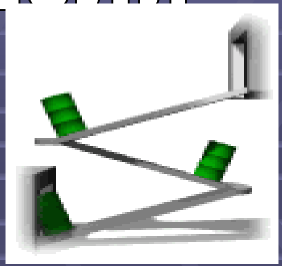
където a,b,c,d са параметри, чийто стойности са зададени

Уравнението (1) може да бъде алгебрично (линейно, квадратично, кубично и пр.), може да бъде тригонометрично, логаритмично и пр.

Нека изследваните величини са няколко. Тогава разглеждаме x като многомерна величина- вектор. Тогава (1) вместо едно уравнение става система от уравнения

Статични икономически модели

1. Теория на фирмите



Възвръщаемост R(x) е сумата, получена при продажбата на *x* единици от дадена стока, , т.е. е произведение от броя продадени изделия и единичната им цена *p*, т.е. ***R(x)= xp***

Общите разходите C(x) от производството на *x* единици от дадена стока са сума на ***фиксирани разходи*** (разходи за сгради, наеми, оборудване и пр.) и ***променливи разходи*** (разходи за заплати и компенсации).

Печалбата P(x)= *R(x)- C(x).*

Средни разходи за производство на всяка единица

$$\overline{C}(x) = \frac{C(x)}{x}$$

Равновесна точка - равна е на броя изделия, при които *R(x)=C(x) или* P(x)= 0.

Пример

Производител продава продукта си по 10 лв. Седмично този производител има разходи за наем на помещения и оборудване 1200 лв. и плаща по 2,50 лв на работник за всяко произведено изделие.

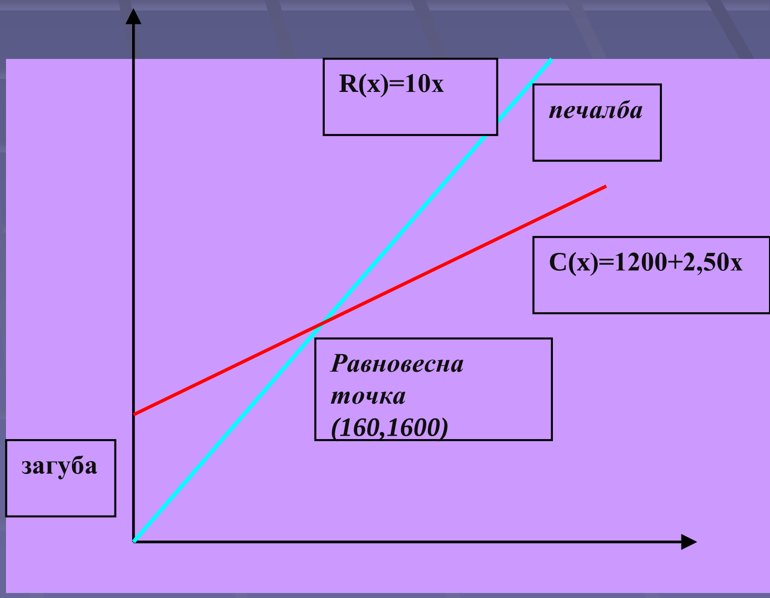
Фиксираните разходи са 1200лв., *променливите разходи* са 2,50x лв, *общите разходите* $C(x)=1200+2,50x$

Средните разходи са $1200/x+2,5$

Възвръщаемостта $R(x)=10x$

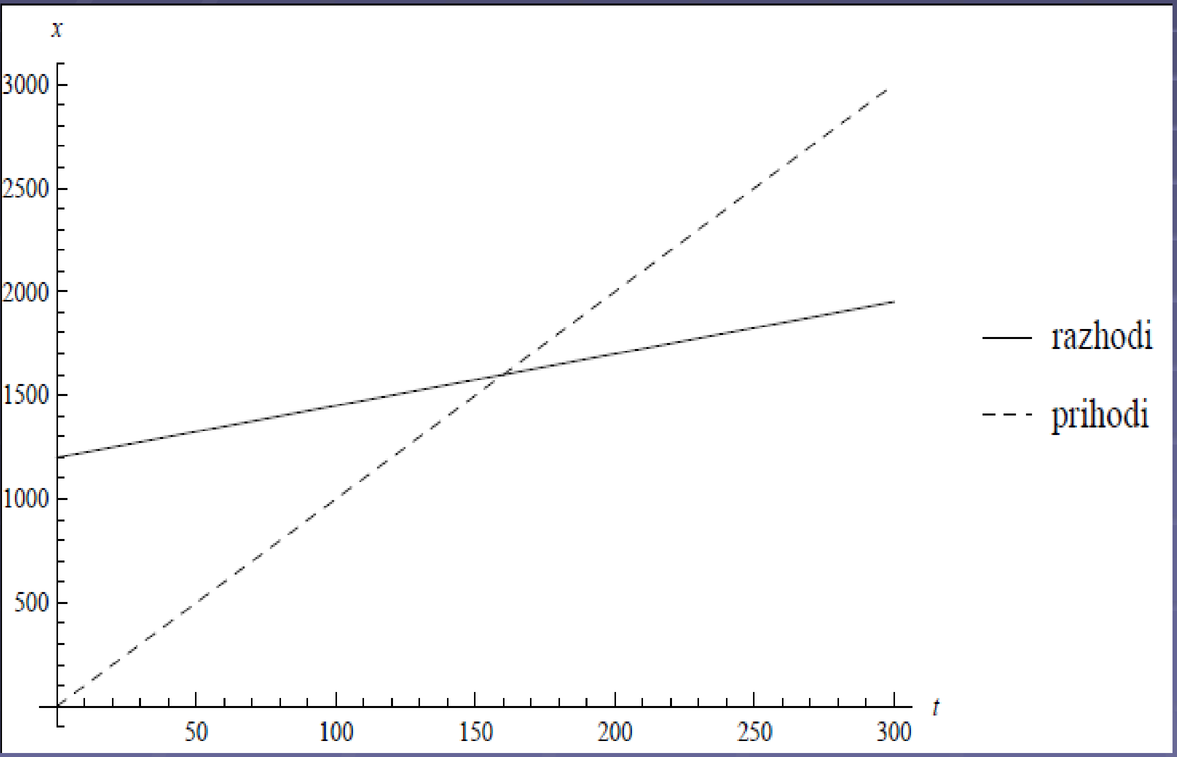
Печалбата $P(x)= 10x – 1200- 2,50x =7,50x-1200$

Равновесната точка е: $C(x)= R(x)$ или $1200+2,50x= 10x$, т.е. $x=160$ изделия, т.е. при произвеждане и продажба на 160 изделия, печалбата на фирмата е 0 лв. Ако фирмата, без да променя условията, произвежда по малко от 160 изделия седмично, то тя ще има загуба ($C(x)< R(x)$ и $P(x)<0$), ако произвежда повече от 160 изделия, то производителя ще има печалба ($C(x)>R(x)$ и $P(x)>0$)



А сега компютърно приложение и симулиране

Plot[{1200+2.5 x, 10 x},{x,0,300},PlotRange->®All, PlotStyle->{Black, {Black, Dashed}}, PlotLegends->{"razhodi","prihodi"}, AxesLabel->{t,x}]



Solve[1200+2.5 x==10 x,x]

{{x->160.}}

Или при производство на 160 изделия се получават приходи 1500, което е равновесието.

А сега самостоятелно

Ако при производството на дадена стока за определен период има фиксирани разходи от 1 500 лв и променливи разходи от 22 лв, а стоката се продава за 52 лв, то

а/ колко са общите разходи на фирмата

б/ колко е възвръщаемостта

в/ колко е печалбата

г/ колко са средните разходи

д/ колко единици дават равновесие

общите разходи на фирмата $C(x)=1500+22x$

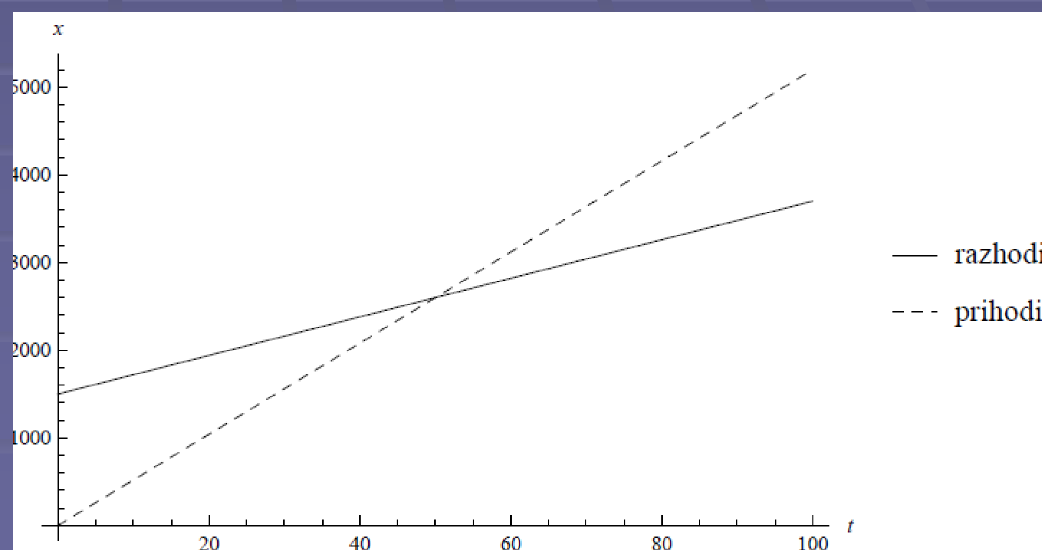
Възвръщаемостта $R(x)= 52x$

Печалбата $P(x)=P(x)-C(x)=52x-1500-22x=30x-1500$

средните разходи$=1500/x+22$

равновесие

при $x=50$, т.е при производство на 50 изделия разходите са 2600 лв, а печалбата е 0.
Добре е да се произвеждат повече от 50 изделия.



Още един сценарий за самостоятелна работа

Компания има фиксирани разходи от 15 000 лв за определен период, а променливите разходи за производство на даден артикул, който се дават с формулата 140+ 0,4x (лв), където x е броя на произведените единици от даден . Продажната цена на същия артикул е 300- 0,06 x (лв за единица продукция).

а/ колко са общите разходи на фирмата

б/ колко е възвръщаемостта

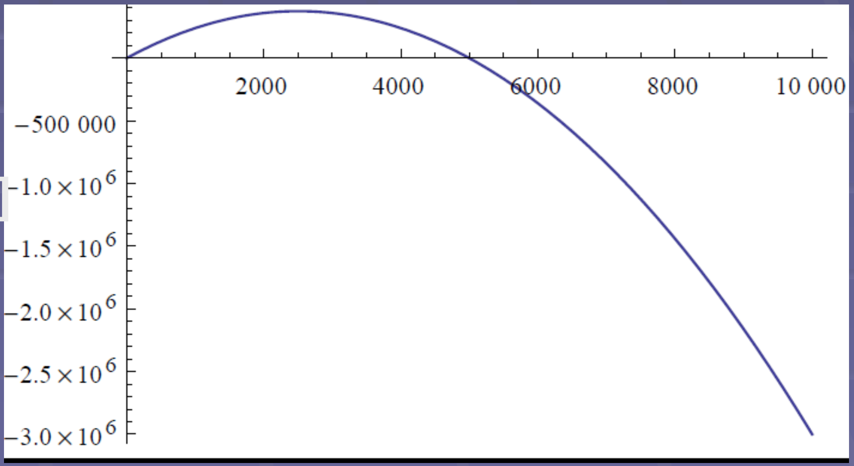
в/ Намерете обема на продажбите, който максимизира възвръщаемостта

г/ колко е печалбата и какъв обем максимизира печалбата

д/ колко са средните разходи

е/ колко единици дават равновесие. {375000.,{x®2500.}}

общите разходи на фирмата C(x)=15000+140+0.4x



Възвръщаемостта R(x)=(300-0.06x)x

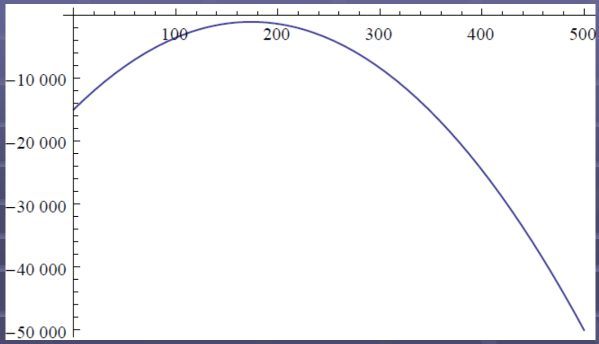
FindMaximum[(300-0.06 *x) *x,{x,2000}]

{375000.,{x->2500.}}

При производство на 2 500 изделия ще се получи максимална възвръщаемост от 375 хил лв.

продължение

Печалба P(x)=(300-0.06x)x-15000-(140+0.4x)x



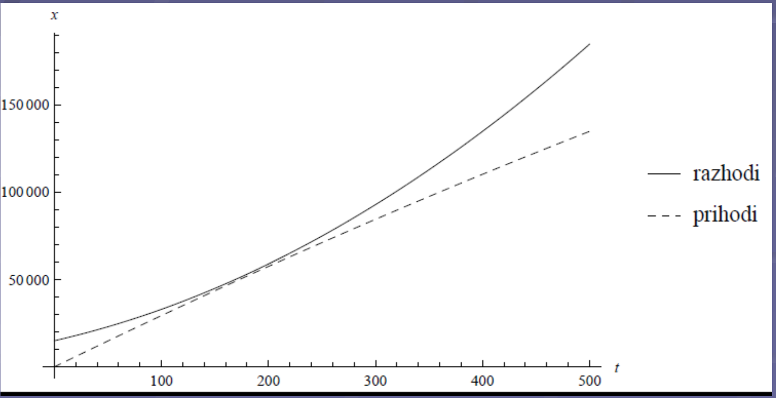
Излиза, че винаги е на загуба, като най малката загуба е максимума на функцията

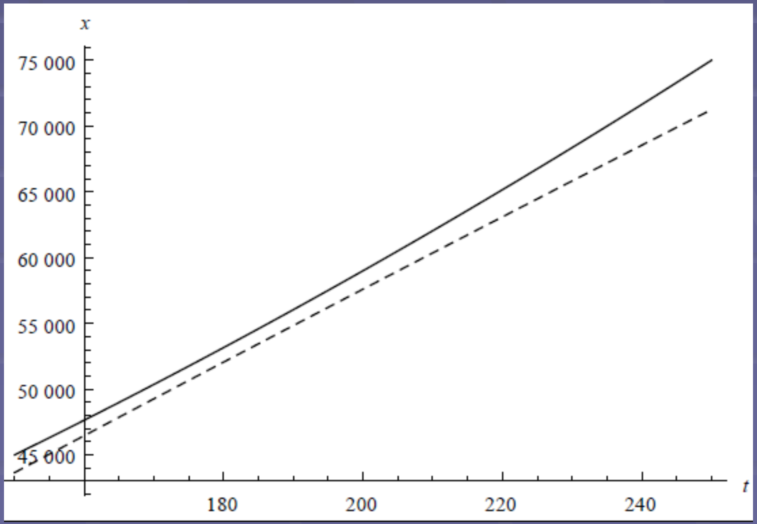
FindMaximum[((300-0.06x)x-15000-(140+0.4x)x**,{x,200}]**

{-1086.96,{x->173.913}} при x=174 изделия загубата е най малка 1 087 лв

равновесие

Plot[{15000+(140+0.4 x) x,(300-0.06 *x) *x},{x,0,500},PlotRange->All, PlotStyle->{Black, {Black, Dashed}}, PlotLegends->{"razhodi","prihodi"}, AxesLabel->{t,x}]





Равновесиенямат обща точка, няма равновесие

Модел 1.

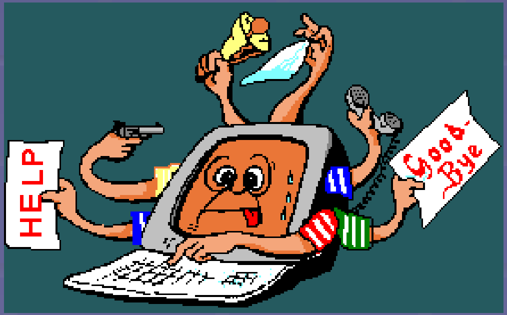
откупуване на производствена фирма

Общите производствени разходи *C(x)* и приходите от продажбите *R(x)* на една фирма зависят от обема на произведена и продадена продукция.

• *C(x) >R(x)* - фирмата работи на загуба

•*C(x) < R(x)* - фирмата реализира печалба

• *C(x) = R(x)* - фирмата няма нито приходи, нито разходи. За този обем продукция фирмата си е възвърнала вложените средства (***откупила се е***) и от този момент нататък започва да работи на печалба. Тази точка *(а, в)* , за която приходите и разходите са равни помежду си и са равни на *в*, се нарича ***точка на откупуване на фирмата***.



Модел 2.

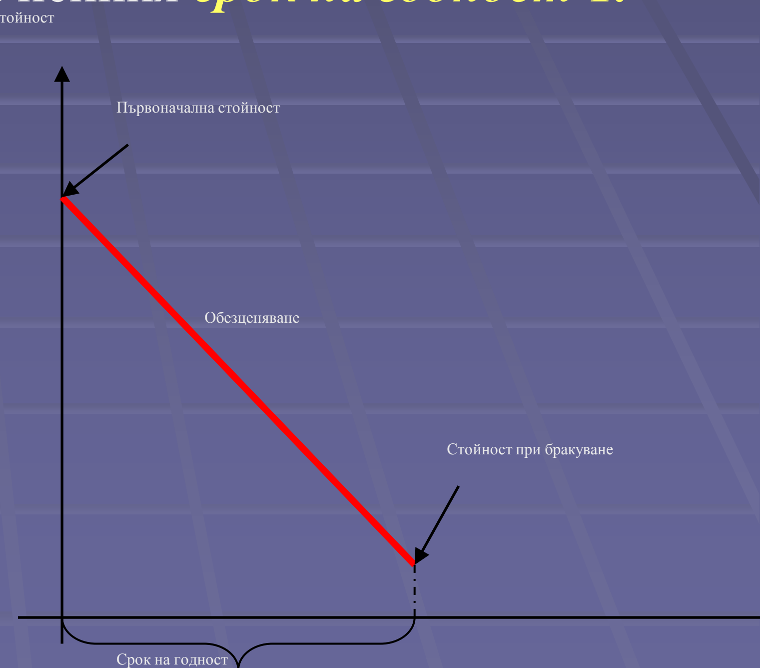
амортизационни отчисления

Когато фирма закупи техника, то завежда нейната ***първоначална стойност P*** в активите на фирмата, като част от нейния балансов отчет. През следващите години, обаче, стойността на тази техника естествено пада , поради износване и остаряване. Това намаляване на стойността се нарича ***обезценяване на основното средство***.

Една основна задача е да се правят всяка година постоянни отчисления от първоначалната стойност, докато първоначалната стойност се намали до ***стойност на бракуване B*** на техниката в края на нейния ***срок на годност T.***

В този случай казваме,
че са налице постоянни
годишни амортизационни отчисления O,
които се изчисляват по формулата

$$O = \frac{P - B}{T}$$



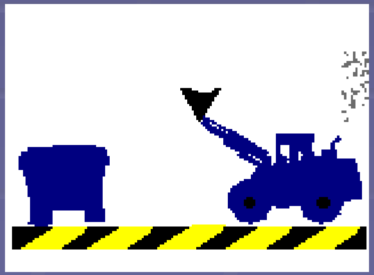
Пример

Фирма закупува машина на стойност 100 000лв, като според производителя нейния срок на годност е 10 години, като при бракуването стойността и е 0. Колко е стойността на машината след 5 години? Половината от първоначалната й цена ли е? Защо?

Решение. Годишните амортизационни отчисления са

$$O = \frac{P - B}{T} = \frac{100000 - 0}{10} = 10000$$

Тогава след 5 години цената е 100 000-5(10000)=50 000 лв.



2 Пазарен анализ (търсене и предлагане)

Закон на търсенето – количеството на търсената стока расте когато цената намалява и обратно.

Математически *закона на търсенето* може да се запише с уравнение вида ***p=D (q),*** където p е цената на стоката, а q е количеството търсена стока на пазара, D е намаляваща функция, изразяваща връзката между двете величини.

Да разгледаме случая,когато компанията работи при ***перфектни условия***, т.е. има няколко малки фирми и обема на производство на всяка от тях не може да влияе на цената на стоката, която е постоянна. Тогава кривата на търсенето е хоризонтална права.

В условията на ***монопол***, цената е променлива и монополистът контролира произвежданите количества и единичната цена. Ако фирмата може да продаде цялата си произведена продукция на единична цена p лв, то възвръщаемостта е произведение от броя продадени изделия и единичната им цена p, т.е. $R(x)=xp$

Закон на предлагането – количеството предлагана стока на пазара ще нараства когато цената на продукта расте и обратно.

Математически *закона на предлагането* може да се запише с уравнение вида ***p= S(q),*** където p е цената на стоката, а q е количеството предлагана стока на пазара, S е растяща функция, изразяваща връзката между двете величини.

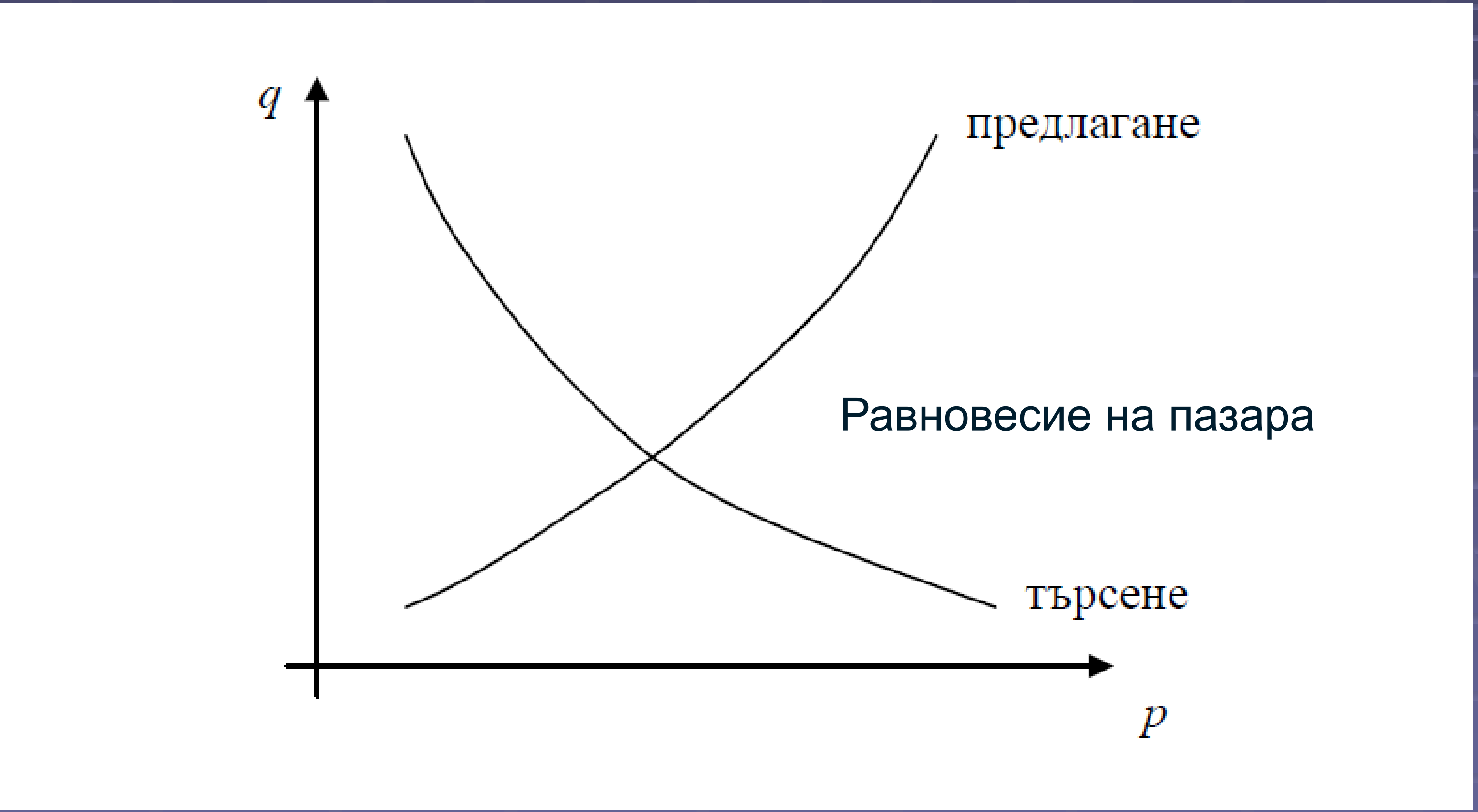
Пазарно равновесие – когато броят на търсени и броят на предлагани стоки съвпада.

Понякога за да се стимулира производството на една стока, или се ограничи нейното производство, държавата дава дотации(безвъзмездни суми, отпускани от държавата на отделни предприятия, учреждения и др. за покриване на част от разходите ми) или налага допълнителни данъци (акцизи)(безвъзмездно плащане, наложено едностранно от държавата)
Ще направим предположение, че

- количеството на търсената стока зависи само от цената, т.е. закона на търсенето не се променя
- цената на предлаганата стока зависи от допълнителния данък(акциз) или субсидия (дотация).

Дотациите се отразяват на закона на търсенето,
А данъците – на закона на предлагането

Крива на търсенето и крива на предлагането



Линеен Модел; когато цените и търсенето/предлагането зависят линейно

$$q_d = a + bp$$
$$q_s = c + dp$$

Някои предположения за коефициентите a, b, d

Тъй като търсенето намалява при нарастване на цената, то $b<0$

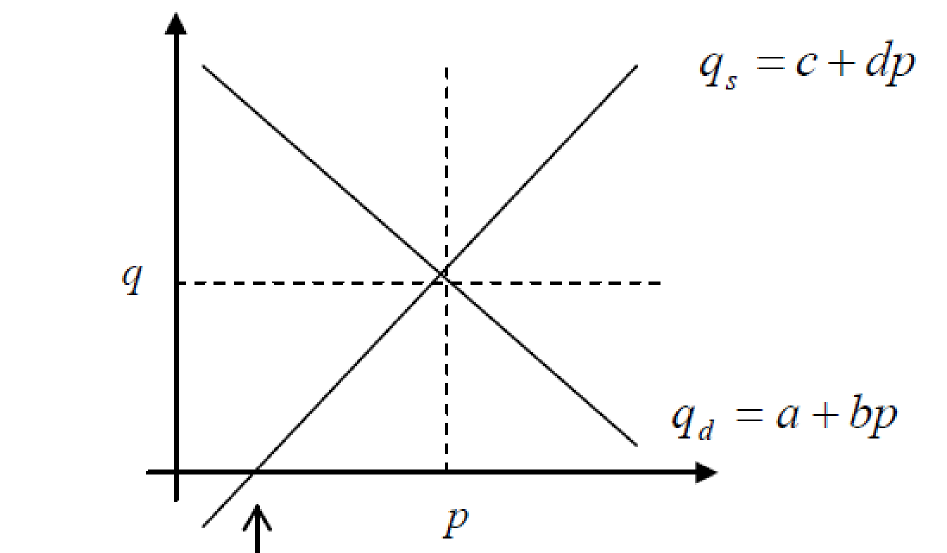
Тъй като предлагането нараства при нарастване на цената, то $d>0$

Тъй като няма отрицателно търсене/предлагане, то $a>0$ и $c>0$

Равновесното положение на пазара се намира когато търсенето=предлагането, т.е.

$$c + dp = a + bp$$

Равновесието се достига при цена $$p = \frac{a-c}{d-b}$$



И обем на търсенето

$$q_d = a + b\frac{a-c}{d-b} \leftarrow \text{търсенето}$$

Понякога за да се стимулира производството на една стока, или се ограничи нейното производство, държавата дава дотации или налага допълнителни данъци (акцизи). Ще направим предположение, че

- количеството на търсената стока зависи само от цената, т.е. закона на търсенето не се променя
- цената на предлаганата стока зависи от допълнителния данък (акциз) или субсидия (дотация).

Нека правителството решава да наложи данък от *t* (лв) за единица от произведената продукция, т.е купувачите ще плащат цена *p (лв)*, докато производителя ще получава цена *p-t (лв)*. Това ще се отрази на нова равновесна точка от цена *p* търсене *q*.

Данъците се отразяват на закона на предлагането, доколкото данъка се отразява на производителя.

$$q_d = a + bp$$
$$q_s = c + d(p - t)$$

Понякога, за да стимулира производството на дадена стока, правителството дава т.н. дотации от t (лв), т.е. купувача плаща p-t (лв), а производителя взема p (лв). Дотациите се отразяват на закона на търсенето,

$$q_d = a + b(p-t) \qquad \leftarrow \text{търсенето}$$

$$q_s = c + dp \qquad \leftarrow \quad \text{предлагането}$$

Новото равновесие се достига когато

$$a + b(p-t) = c + dp$$

$$p = \frac{a-c-bt}{d-b} \quad (\text{цената, когато има дотация})$$

$$q = a + b\left(\frac{a-c-bt}{d-b} - t\right) = a + b\left(\frac{a-c}{d-b}\right) + b\left(\frac{-bt-dt+bt}{d-b}\right) = a + b\left(\frac{a-c}{d-b}\right) + \left(\frac{-dbt}{d-b}\right)$$

$$q_d = a + b\frac{a-c}{d-b} \leftarrow \text{търсенето}$$

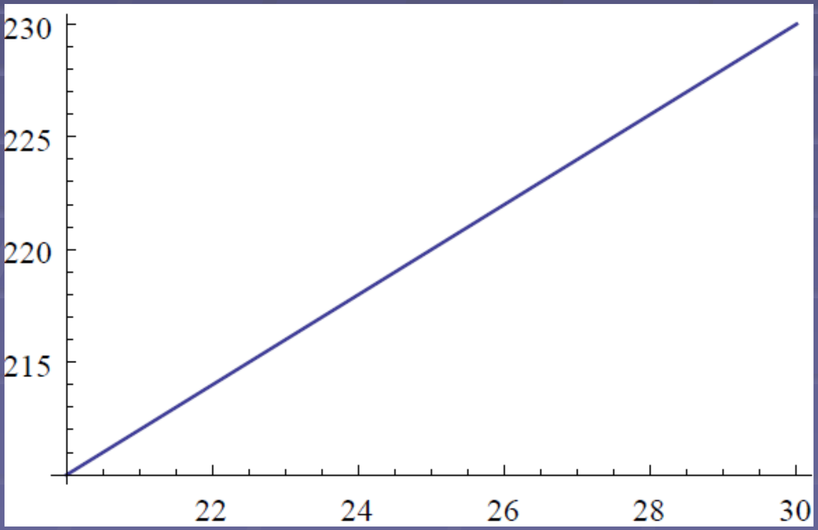
Новото количество е по-голямо, понеже b<0, d>0

Пример 3.1. Верига от магазини за бяла техника ще купува по 50 перални месечно ако цената е $200 и по 30 месечно ако цената е по $300. Производителят може да предлага по 20 перални месечно, ако цената е $210 и по 30 перални, ако цената е $230. Допускаме че законите на предлагането и търсенето са линейни.

А/ Намерете уравнението на предлагането

Чертаем права през точките (20,290) и (30,310)

ListLinePlot[{{20,210},{30,230}}]



Уравнение на права през точките (20,210) и (30,230):

Fit[{{20,210},{30,230}},{1,q},q]

170+2 q

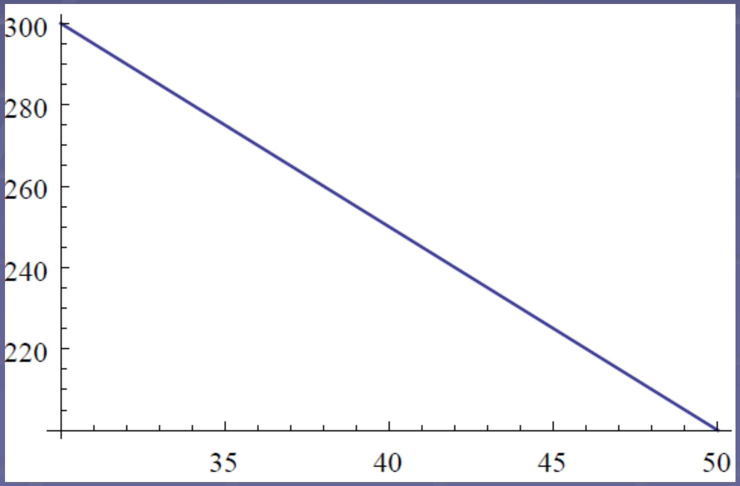
p= 2q+170

Продължение. Верига от магазини за бяла техника ще купува по 50 перални месечно ако цената е $200 и по 30 месечно ако цената е по $300. Производителят може да предлага по 20 перални месечно, ако цената е $210 и по 30 перални, ако цената е $230. Допускаме че законите на предлагането и търсенето са линейни. .

Б/ Намерете уравнението на търсенето

Чертаем права през точките (50,200) и (30,300)

ListLinePlot[{{50,200},{30,350}}]



Уравнение на права през точките (20,210) и (30,230):

Fit[{{50,200},{30,300}},{1,q},q]

450-5q

p= - 5q+450

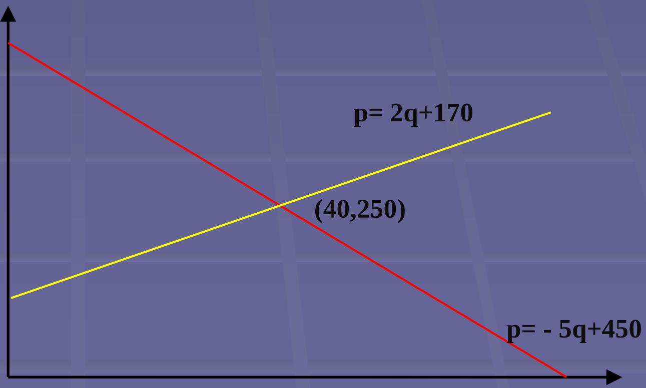
Продължение

В/ Намерете пазарното равновесие

Solve[-5 q+450==2 q+170,q]

{{q->40}}

Пазарното равновесие се достига, когато на пазара има 40 перални месечно по $250 всяка

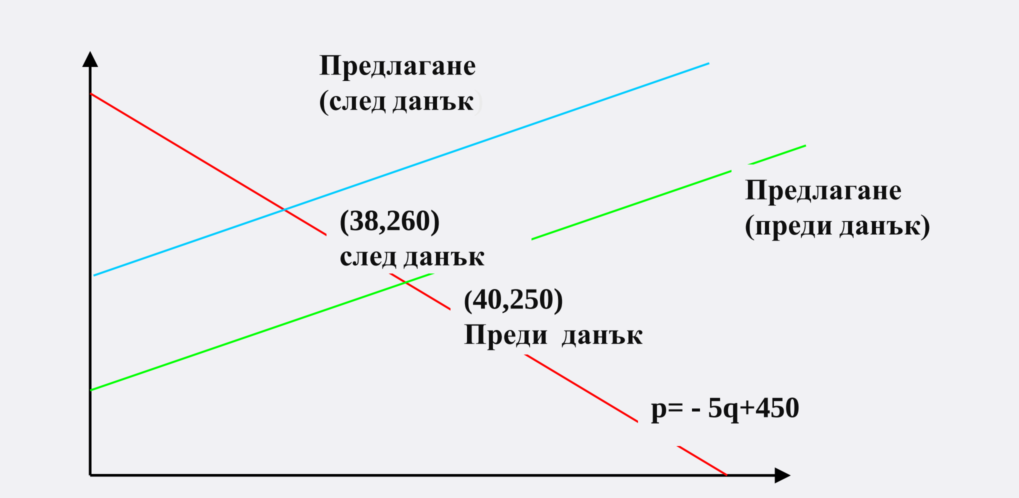


Нека се **въвежда данък** от $14 за всяка продадена пералня.
Данъкът рефлектира върху производителя, неговата цена се увеличава, т.е. влияе върху закона на предлагането

Новият закон на **предлагането** е p= 2q+170+14
Закона на търсенето не се изменя

Новата равновесна точка на пазара **Solve[-5 q+45==2 q+170+14,q]**

се достига когато q=38 и p=260, т.е. на пазара има 38 перални месечно по $260 всяка. (наличието на данък намалява предлаганото количество с 2 перални и увеличава цената с $10).



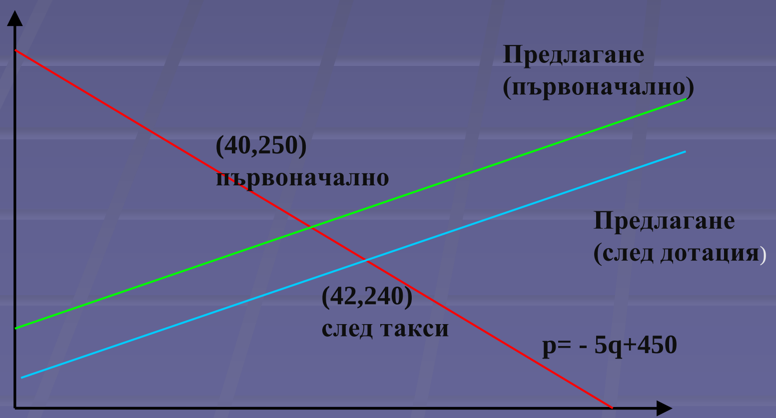
Нека се **дотира** производството на перални с $14 за всяка пералня. Дотацията рефлектира върху производителя, неговата цена става по-малка, т.е. влияе върху закона на предлагането

Новият закон на **предлагането** е $p= -2q+170-14$

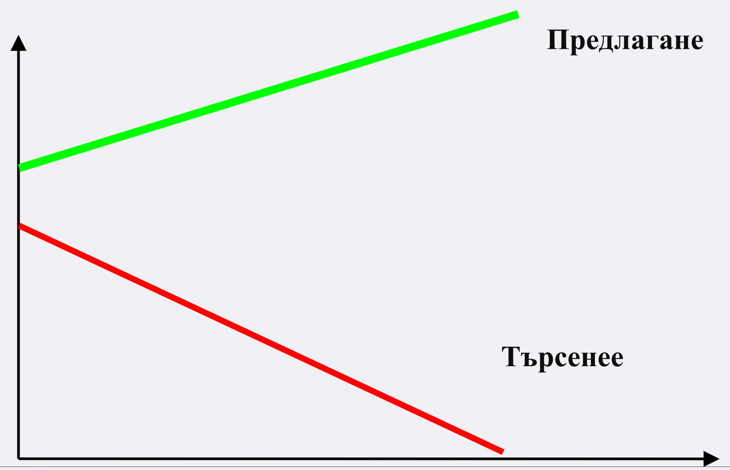
Закона на търсенето не се изменя

Новата равновесна точка на пазара **Solve[-5 q+450==2 q+170-14,q]**

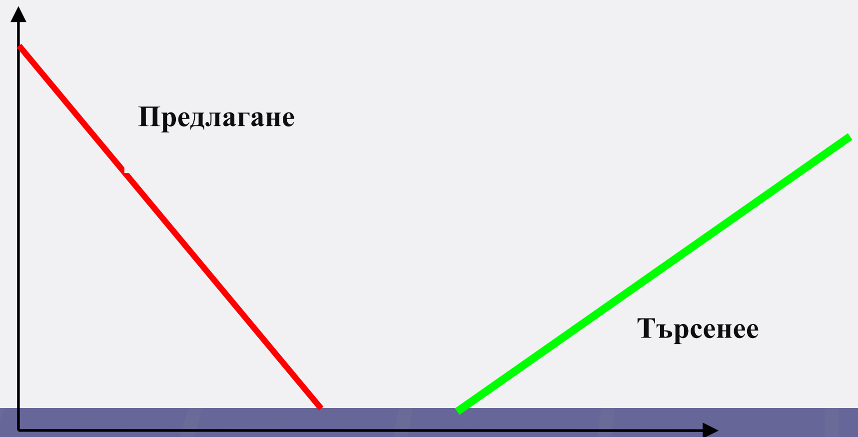
се достига когато q=42 и p=240, т.е. на пазара има 42 перални месечно по $240 всяка. (наличието на дотация увеличава търсеното количество с 2 перални и намалява цената с $10).



Някои особености на модела на пазарното равновесие



При тази ситуация няма пазарно равновесие. Цената на предлаганата стока на пазара е твърде висока за да се купува. Или трябва производителя да смъкне цената на предлагането, или пък стоката изисква много разходи за да се произвежда.



При тази ситуация също няма пазарно равновесие. Цялото търсено количество е възможно на цена 0.

За самостоятелна работа

Маркетингово проучване за връзката между цената на трактори и търсенето/предлагането е установило, че

цена	търсене	предлагане
10000	500	100
20000	450	150
30000	400	200
40000	350	250
50000	300	300
60000	250	350
70000	200	400
80000	150	450
90000	100	500

Каква цена осигурява пазарното равновесие?

Първо, трябва да намерим закона на търсене и закона на предлагане. Как? Използваме метода за определяне на най добра крива по данни

Уравнение на търсенето

data={{10000,500},{20000,450},{30000,400},{40000,350},{50000,300},{60000,250}, {70000,200},{80000,150},{90000,100}}

ListPlot[data]

Fit[data,{1,p},{p}]

$$q= 550-0.005\ p$$

Уравнение на предлагането

data={{10000,200},{20000,150},{30000,200},{40000,250},{50000,300},{60000,350},{70000,400},{80000,450},{90000,500}}

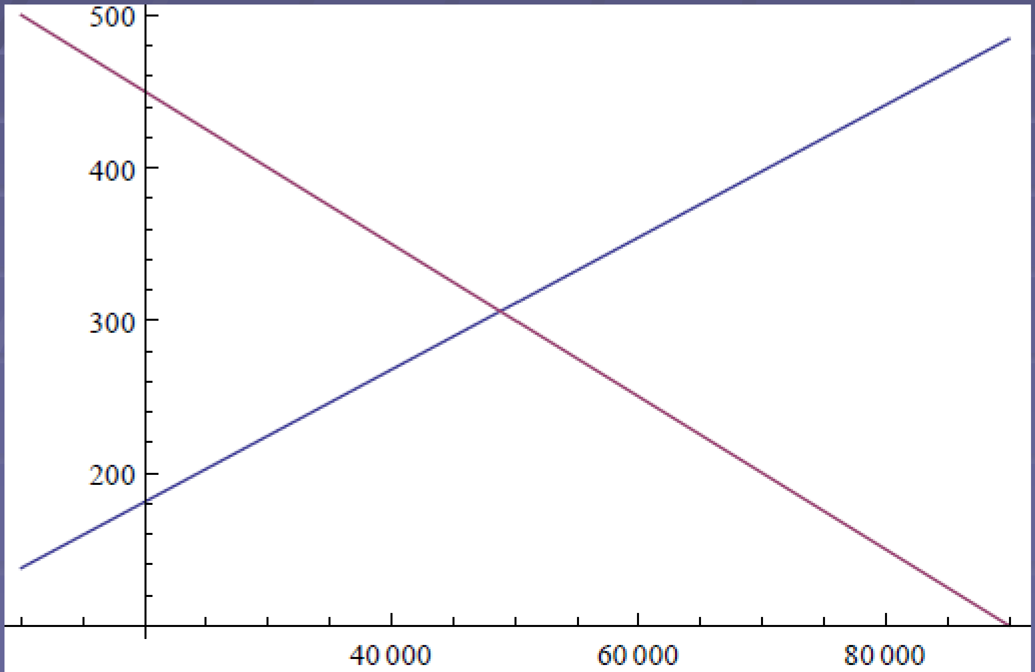
ListPlot[data]

Fit[data,{1,p},{p}]

q=94.4+0.0043p

{{p->48809.5}}

q=305.952



Извод: равновесието е при цена 48 800 ще се търсят и предлагат 305 трактора. На пазара няма да има излишък няма да има недостиг.