

ПРИЛОЖНИ МАТЕМАТИЧЕСКИ МОДЕЛИ

Що е модел?



архитект



техник



МАТЕМАТИЧЕСКИ ???

МОДЕЛ ???

Обичате ли музика?

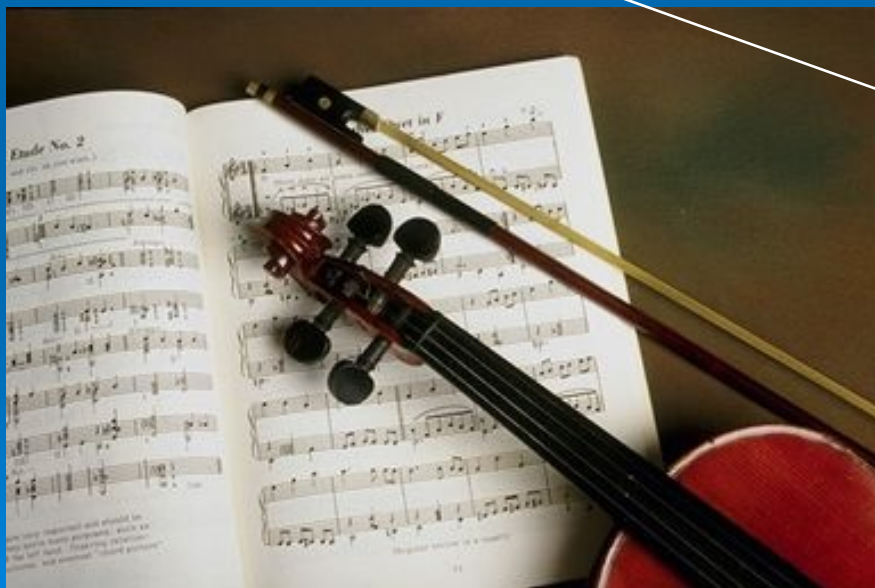
Обичате ли математика?

Математиката е почти като музиката

Много хора я слушат, но
само “някои” могат да я
“правят”



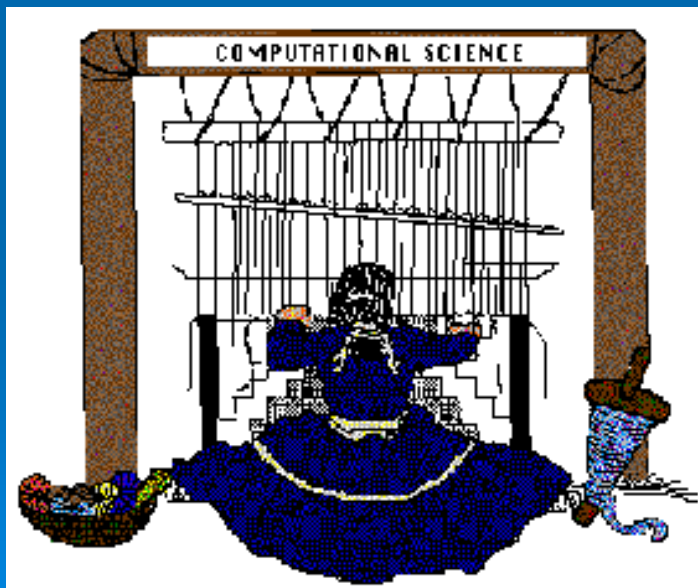
Много хора я използват,
но само “някои” я творят



Що е модел?



опростено представяне или дублиране на реални неща



Така както красивите
килими са умело
съчетание на прежди,
цветове и шарки, така и
моделът е съчетание на
математика, реален свят,
природни и хуманитарни
науки.

От японски

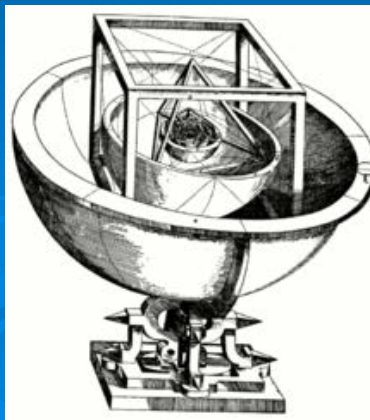
Що е модел?

Общо казано,
моделът се дефинира като пресъздаване на
нещо реално съществуващо в реалния свят,
по просто представяне на сложни форми,
процеси, идеи, с цел по-добро разбиране и
прогнозиране.

Обектът на моделиране се нарича прототип

Физичен модел

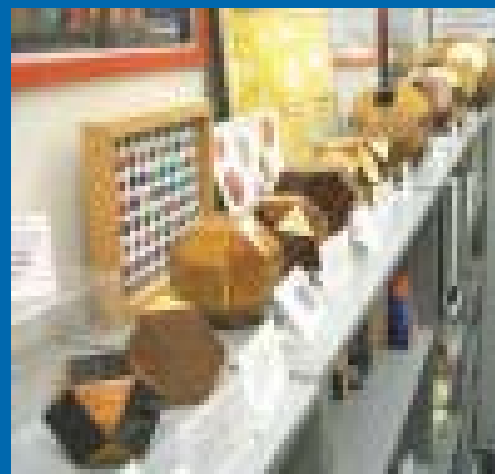
Моделът и прототипът могат да имат едно и също физическо естество, такива модели се наричат физични. Адекватните физични модели трябва да удовлетворяват критериите за подобие, които включват не само условията за геометрично подобие, но и други подобия, като температура, сила на електромагнитност, и пр. Физичните модели са използвани широко в инженерството и биомедицината.



Модел на Кеплер (1600г)
На слънчевата система



Модел на
Леонардо да
Винчи



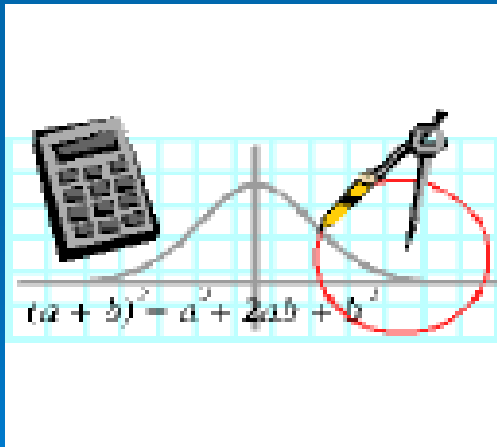
Модели на Архимед

Например, тестването на издръжливостта на строителна конструкция, характеристиките на нов самолет или ракета във въздушен тунел, експерименталното изследване на животните и техните органи като прототип на човека и човешките органи.

Математически модел

друг вид подход на моделиране използва езика на математиката, за да се представи реално съществуващ обект/прототип.

Той е **идеализация** на реален феномен и **никога не е** напълно акуратно представяне.



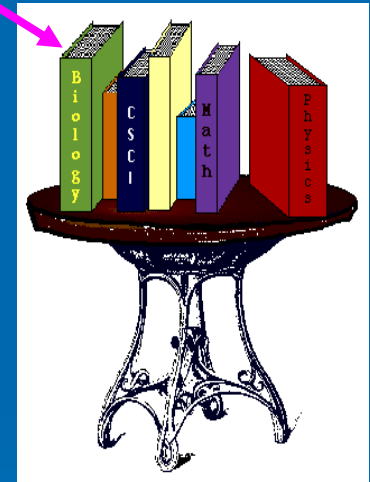
биология

физика

химия

икономика

политика



Математическо моделиране?

Математическото моделиране търси разбиране поведението на реални системи чрез използването на математически модели, съчетан с компютри



То
включва
РАБОТА В
ЕКИП

Що е моделиране в математиката:

Метод за представяне на прототипа с помощта на математически формули, уравнения, функции, който се основава на общите закони на природата и опитните резултати.

Математическият модел описва системата като

- множество от променливи
- и
- множество от уравнения, които изразяват връзките между променливите.

Резултатите от изследването на математически модел се очаква да бъдат получени чрез използването на

-съществуващите **математически методи**, които дават решения в затворена форма (под формата на функции, графики и пр),

или

-чрез използването на **компютърно симулиране**

ЗАЩО?

Математическото моделиране улеснява решаването на ТРИ основни проблема за прототипа:

-анализ , синтез и контрол.

Върху всяка система се оказват някакви въздействия В (вътрешни, външни), в резултат на което системата реагира и се получава съответна реакция Р. Тогава общото описание на основните проблеми , свързани с прототипа са

Вид проблем	Дадено	Търси се
Анализ (директен)	В и С	Р
Синтез (определяне на вида)	В и Р	С
Контрол	С и Р	В

КОГА СЕ ИЗПОЛЗВА

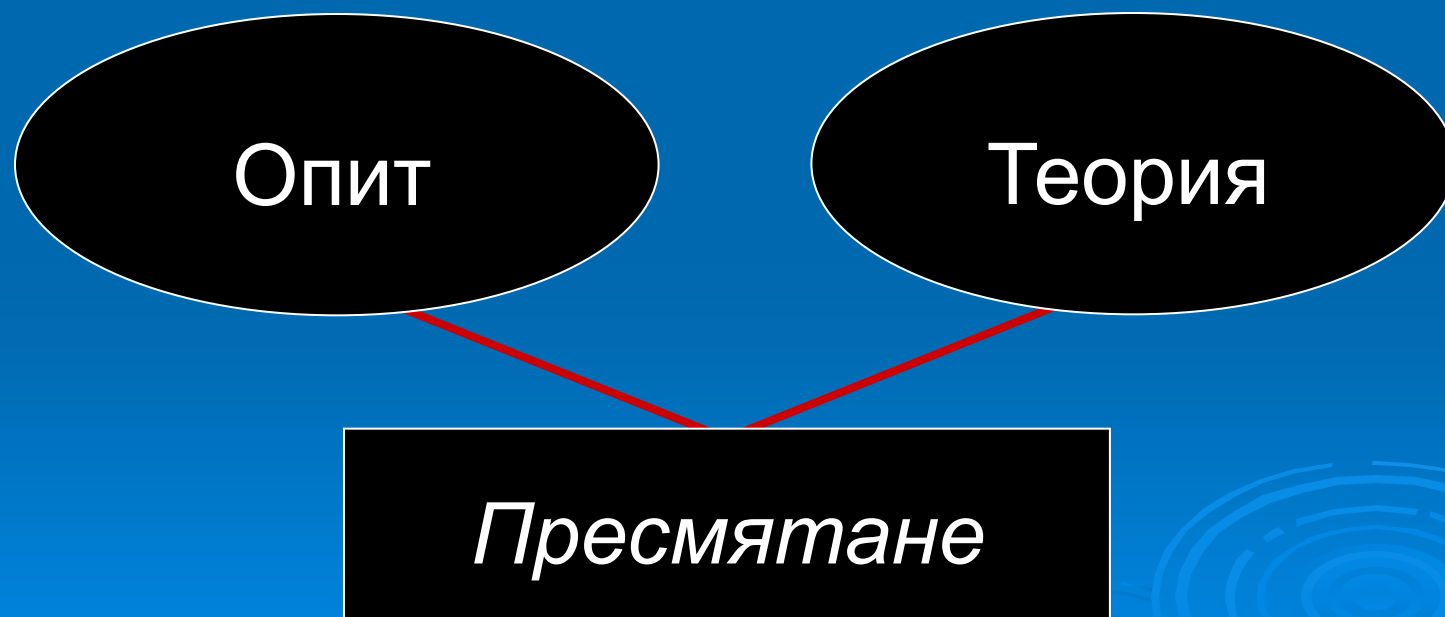
Математическо моделиране

Използва се когато опитите са

- *твърде скъпи, твърде опасни, или е необходимо много време за провеждането им.*
- Могат да се използват в случаи “знание чрез проверка”, например, когато се използват вируси или бактерии за контрол на броя на насекомите.
- Това е модерен апарат за научни изследвания.

Математическо моделиране

То допълва, но не замества
теорията и опитите в научното
изследване.



ВИДОВЕ МОДЕЛИ

Разнообразието на моделите се определя от разнообразието на реалната система/прототип, който подлежи на изследване. Обхватът на системата при моделиране се определя от задачите на конкретното изследване.

Пример. Банка – определяне на броя на касиерите за адекватно обслужване на клиентите – системата се състои от касиерите и посетителите, очакващи обслужване.

Системите са два типа – непрекъснати и дискретни.

В дискретната система се счита, че променливите на състоянието се променят мигновено на всяка стъпка от времето.

Пример: банката, тъй като посетителите идват в определен момент от време и и след обслужване си отиват в един следващ момент от време.

При непрекъснатата система променливите се променят непрекъснато във времето.

Например – самолет, който се движи в пространството представлява такава система, защото променливите на състоянието се изменят непрекъснато във времето

Класификация

Линейни ↔ **нелинейни**

Детерминирани ↔ ***стохастични***

Статични ↔ **динамични**

Числени ↔ **аналитични**

Построяване на Модел

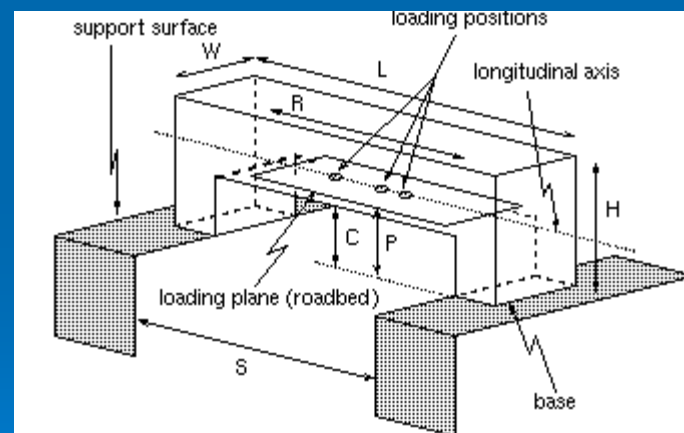


Figure 1. Schematic of Bridge (not to scale)



Пример:



Обичате ли зайци?

Размножаване

Половата зрелост на зайците настъпва след 3-месечна възраст. За разплод обаче се пускат зайци, навършили 4-6 месеца. Мъжкият се използва за разплод до 1,5-2-годишна възраст, а женската - най-много до 3-4-годишна възраст. Размножителната способност на домашните зайци продължава до 6-годишна възраст.

За оплождането на 6-8 женски заека е необходим един здрав и силен мъжки, който не трябва да се допуска повече от 2 пъти дневно (сутрин и вечер). Оплодената зайкиня обикновено не допуска мъжкия за повторно покриване. На женската трябва да се осигури родилно сандъче, застлано със сено и кръгъл отвор отпред за влизане и излизане. В него няколко дни преди озайчването зайкинята оскубва от козината си меки косми, с които дооформя гнездото и след раждането покрива новородените. Бременността продължава около 30-32 дни. Раждат се 5-10 голи и слепи зайчета, и то най-често през нощта.

Идеализация и опростяване

Реален модел

Един месец



три месеца

Един месец



три месеца

Един месец



три месеца

Един месец

Символично представяне

Математически
модел

Колко ще бъдат зайците след 17 месеца?

А колко ще бъдат след 33 месеца ?

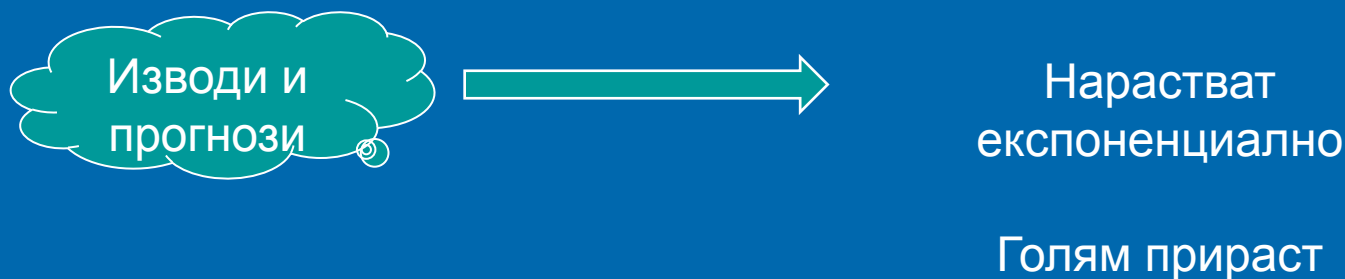
А колко ще бъдат след $4k+1$ месеца?

А сега нещо интересно =>

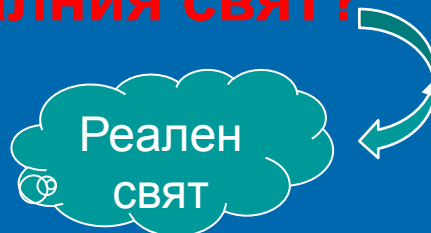
Интересна история

Обичат ли австралийците зайци?

През 1859, австралийски фермер, Томас Остин, носталгично си принесъл от любимата Англия две дузини (24) дивни английски зайци и ги пуснал в имението си. След **шест години** тези **24 зайци** се увеличили на **22 милиона**. Зайците се разселили из Австралия със скорост от **70 мили на година**, достигайки всеки ъгъл на континента през 1907. През **1930-те**, броя на зайците бил приблизително **750 милиона**.



Обратно към реалния свят?



МОДЕЛЪТ НЕ Е АДЕКВАТЕН, не отговаря на реалния свят

Въпроси: Защо?

Например, не е взето под внимание, че има хищници, че има епидемии и пр.

Включването им в модела означава наново преминаване през всичките стъпки. При това математическото описание ще бъде още по сложно, често се получават уравнения които са нелинейни, не могат да се решат аналитични

S. Hristova
=> компютри